

Oder einfach: "Ein Quantensprung ist gelungen" (Kulturhofrat Dr. M. G.)!

- [Weitere Lachnummern](#)
- [Zur deutschen Sprache](#)

klassisch erklären: Man will mit einem unbekanntem Begriff Aufsehen erregen - ein ziemlich sicheres Indiz dafür, dass jemand seine Wirkung total überschätzt.

Was bedenklicher ist: Selbst der Duden fällt auf diese Masche herein. Aber vielleicht verwechselt man dort ja den Quantensprung mit dem dialektischen Sprung (Lenin), nach dem Motto "Irgendwann schlägt Quantität in Qualität um".

Und was hat das Ganze mit dem Vakuum zu tun? Im Vakuum (der Quantenelektrodynamik) tummeln sich sehr viele virtuelle Teilchen. Durch sie werden Quantensprünge der realen Teilchen induziert. Aber ich möchte jetzt die Analogie zur real existierenden Politik nicht weiter strapazieren (z.B.: Angeber aller Länder vereinigt euch?), zumal es den Quantensprung nicht wirklich gibt...

Doch nun wird es ernst:

- [Are there Quantum Jumps? Part I](#)
- [Are there Quantum Jumps? Part II](#)
- [Historisches zum Quantensprung](#)
- [Quantensprung in Zeitlupe](#)
- [Ein älteres Experiment zum "Quantensprung"](#)
- [Übergänge eines H-Atoms](#) (ohne Quantensprung!)
- [Absorption eines Photons](#)
- Von den [Quanten zur Klassik](#)
- [Rund um den Quantensprung](#)
- [What is a photon?](#)
- [Fortbildung zur Quantenphysik](#) (Oberschulamt Tübingen)
- [H-Orbitals I](#) (nur schöne Bilder?)
- [H-Orbitals II](#) (statistische Interpretation)
- [Plancks Formel](#)
- [Unschärfe](#)
- [Quantenpotentiale](#)
- [Photonenstatistik](#)
- [Schrödingergleichung](#)
- [Zustände im Phasenraum](#)
- Das [Photon am Doppelspalt](#)
- [Fullerene am "Doppelspalt" | Fullerene am Lichtgitter](#)
- Bose trifft Einstein: [Kondensat](#)
- Das [Elektron beim schiefen Wurf](#)
- [Zitterbewegung](#) (relativistisches Elektron)

'Moderne Physik mit Maple'

komma@oe.uni-tuebingen.de

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Quantensprung in Zeitlupe

Ein Atom kann sich in [stationären Zuständen](#) befinden, z.B. mit den Quantenzahlen $n,l,m = 1,0,0$ ([Grundzustand](#)) und $n,l,m = 2,1,0$ (ein angeregter Zustand). Wie kann es seinen Zustand ändern?

Durch Emission oder Absorption von [elektromagnetischer Strahlung](#).

In der Quantenphysik berechnet man den Übergang von einem zum anderen Zustand durch die Überlagerung von Zuständen, z.B. mit den genannten Quantenzahlen, zu denen auch bestimmte Frequenzen gehören. Das Ergebnis ist eine Schwingung mit der Differenz der Frequenzen.

In der Animation sind neun Flächen gleicher Dichte der Elektronenladung (oder in der Sprache der Quantenphysik der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons) dargestellt, von violett (hohe Aufenthaltswahrscheinlichkeit) bis orange. Das Atom führt eine Dipolschwingung aus (in der Mitte ist der positiv geladene Kern zu denken) und gibt deshalb Dipolstrahlung ab oder absorbiert sie. Für Licht beträgt die Frequenz der Schwingung etwa 10^{14} Hz. Der Vorgang/Übergang kann bis zu einigen Nanosekunden dauern, also etwa 100000 Schwingungen - je Lebensdauer des angeregten Zustands.

Und wo ist nun der [Quantensprung](#) geblieben?

[Weitere Quantensprünge](#)

Und so geht es in einem Atom zu, das sich nicht entscheiden kann, ob es sich im Zustand $4,0,0$ oder $5,2,1$ aufhalten soll. Je komplexer die Struktur, desto länger die Lebensdauer?

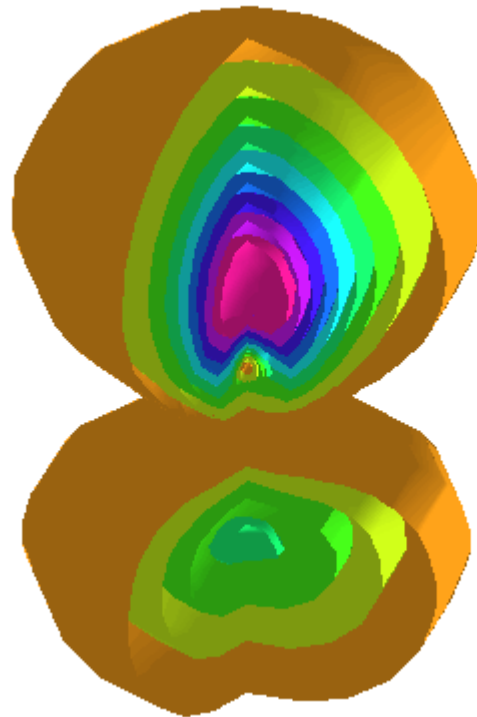
Der aufmerksame Betrachter sieht übrigens eine Rotation und [Quadrupolstrahlung](#).

Und wo ist nun der [Quantensprung](#) geblieben?

(Der Programmierer hat es so eingerichtet, dass er nicht stattfindet ;-))

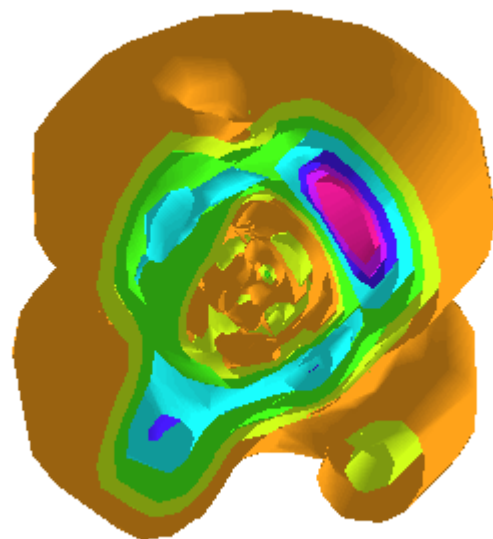
[Weitere Quantensprünge](#)

$n,l,m = 1,0,0 \leftrightarrow 2,1,0$



[Quicktime-Movie \(1,1MB\)](#)

$n,l,m = 4,0,0 \leftrightarrow 5,2,1$

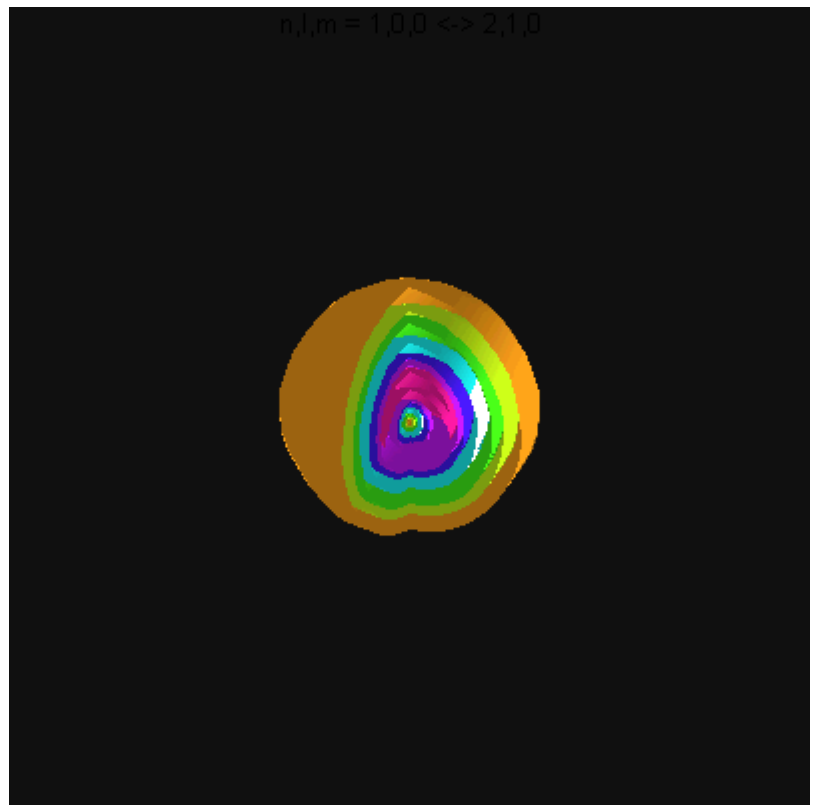


Hier hat der angeregte Zustand eine kurze Lebensdauer: 40 Schwingungen für die Anregung und 40 für die Rückkehr in den Grundzustand.

Und wo ist nun der [Quantensprung](#) geblieben?

Nun ja - ein Übergang scheint ja stattzufinden. Man sieht nur nicht was dabei rauskommt...

[Weitere Quantensprünge](#)

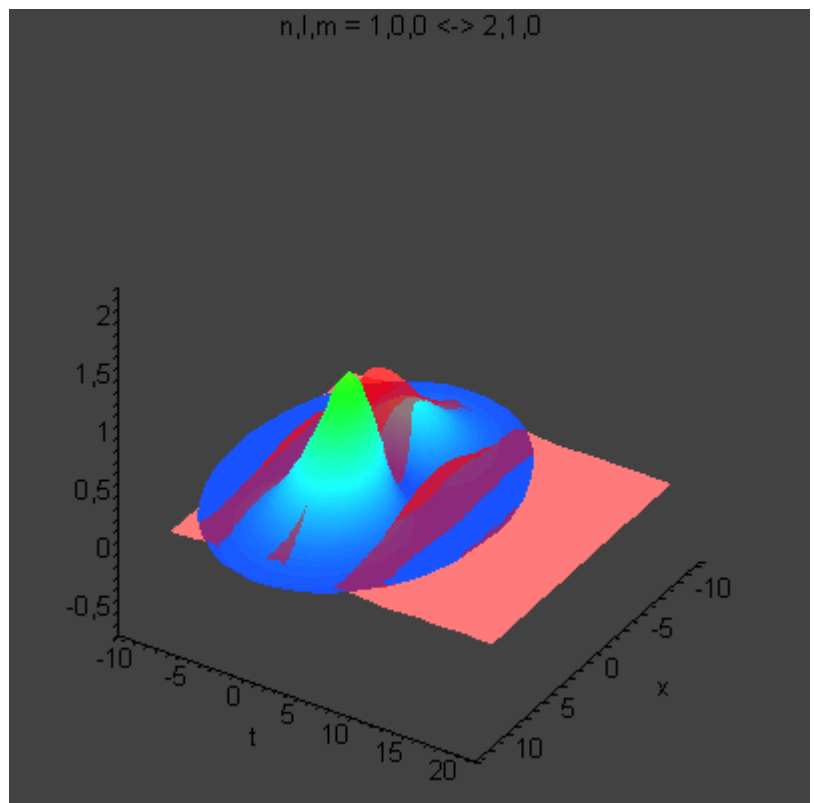


Diese Darstellung ist etwas abstrakter: Auf der blauen Membran schwingt das Elektron (Schnitt durch die 3D-Darstellungen der Elektronendichte von oben) und produziert dabei auf dem roten Teppich (Maxwells Vakuum) ein [Photon](#)*.

Ob Schrödinger sich das so vorgestellt hat?

Jedenfalls meinte er: *"If we have to go on with these damned quantum jumps, then I'm sorry that I ever got involved!"*

* Die Darstellung der Elektronendichte ist physikalisch korrekt (H-Eigenfunktionen). Die Darstellung des Photons wurde mit einer gewissen künstlerischen Freiheit programmiert (Transparenz des roten Teppichs :-)). Die t-Achse sollte besser y-Achse heißen, stellt jedenfalls eine räumliche Dimension dar. Nach oben sind jeweils "Amplituden" abgetragen: Beim "Photon" die Amplitude eines Wellenpakets und für das Elektron die Wahrscheinlichkeitsdichte beim Übergang $2,1,0 \rightarrow 1,0,0$.



Natürlich lassen sich diese Bilder in einem Maple-Worksheet mit wesentlich höherer Auflösung herstellen und interaktiv bearbeiten...

["Are there quantum jumps?"](#)

[Historisches zum Quantensprung](#)

[Weitere Quantensprünge](#)

H-Orbitals aus ["Moderne Physik mit Maple"](#)

[Plancks Formel](#)

[Energieströmung](#)

komma_AT_oe.uni-tuebingen.de

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

What is a photon?

Diese Frage darf man wieder stellen! Natürlich weiß kein Mensch, was *etwas ist*, aber man wird doch noch danach fragen dürfen...

Im letzten Jahrhundert wurden solche Fragen tabuisiert durch die allmächtigen Quantenmechaniker, die mit ihrem abschreckenden mathematischen Apparat anscheinend unfehlbare Interpretationen belegten und damit einen Schleier über alles warfen, was der klassischen Beobachtung nicht zugänglich war.

Aber nun kommt wieder Bewegung in die Sache, weil man gelernt hat, mit einzelnen Atomen und Photonen zu *experimentieren*. In den neuen Forschungszweigen unseres Jahrtausends (wie z.B. Quantenoptik und Quantencomputer) werden all die im letzten Jahrhundert unbeantworteten Fragen neu gestellt und in vielen Artikeln behandelt. Hier ist ein besonders schöner Artikel dieser Art:

The calculated photon: Visualization of a quantum field

Martin Ligare and Ryan Oliveri

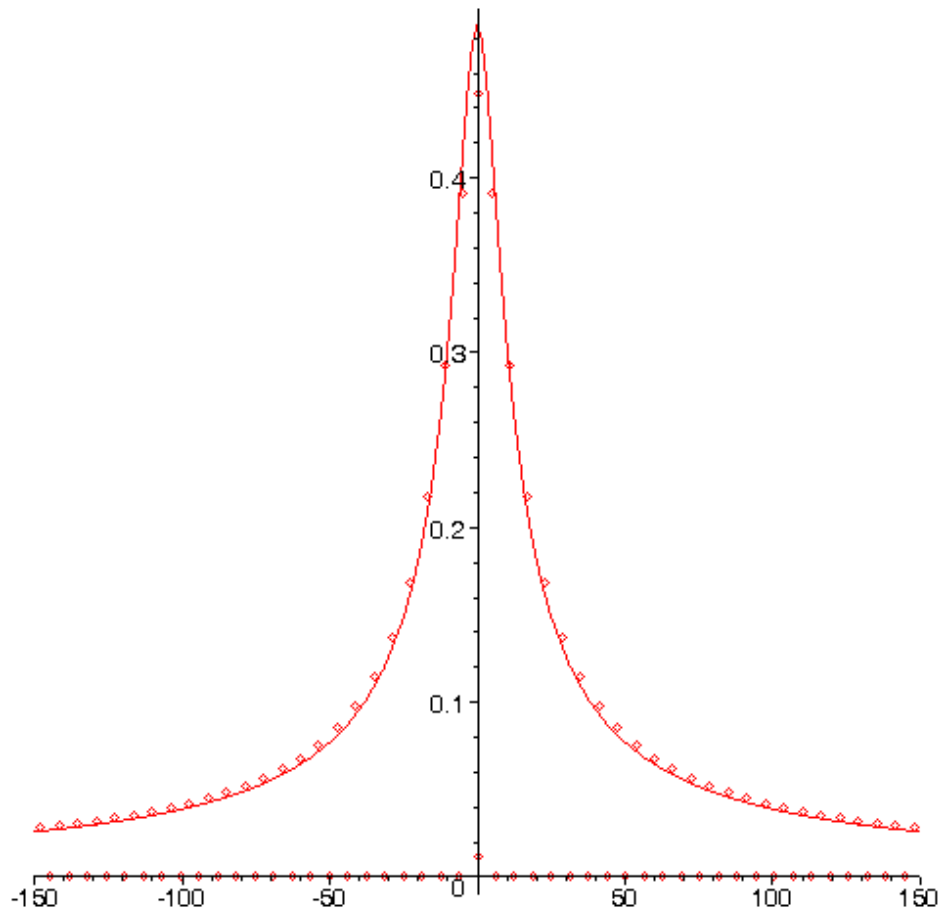
Am. J. Phys. 70 (1), January 2002

Also man weiß nicht, was ein Photon ist, kann es aber berechnen und visualisieren?

Wie macht man das?

Man setzt ein angeregtes Atom in die Mitte eines Hohlraums (für elektromagnetische Strahlung, oder für Photonen, oder einfach für Vakuum ;-)) und wartet, was passiert. Ein guter Experimentator wird sich vorher überlegen, was passieren könnte:

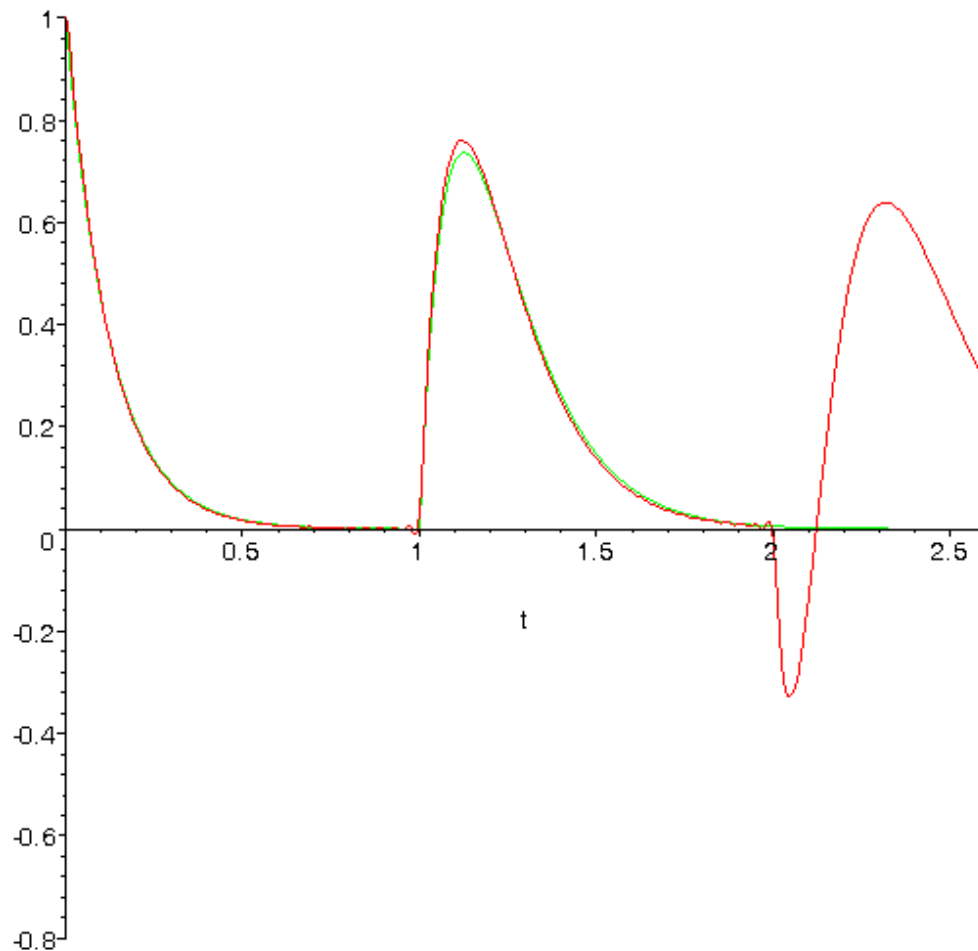
Für das System Atom + Hohlraum gibt es Energieeigenwerte mit Gewichten. Die Gewichte der Eigenwerte liegen auf einer [Lorentzlinie](#). Horizontale Achse: Differenzfrequenz zur Resonanzfrequenz des Atoms mit zwei Zuständen. (Jeder zweite Eigenwert hat das Gewicht 0, weil sich das Atom für diese Eigenwerte in einem Knoten des Vakuums befindet ;-))



Also sollte das Atom exponentiell "zerfallen".

```
>plot([evalc(Re(atom)),exp(-gam*t)+2*gam*Heaviside(t-1)*exp(-gam*(t-1))*(t-1)],t=0..2.6,-
```

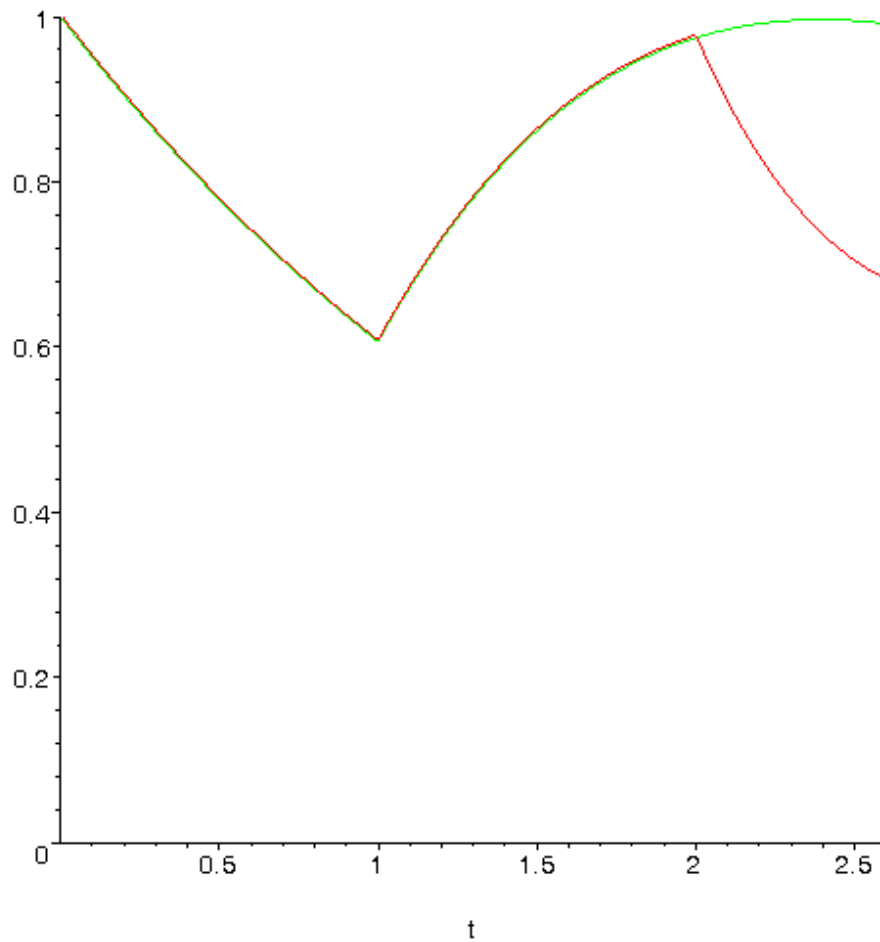
```
0.8..1,numpoints=500);
```



Tatsächlich! Wir bekommen ganz klassische Kurven (grün) - wie bei der Entladung und Aufladung eines Kondensators. Die roten Kurven sind quantenmechanisch berechnet und etwas wellig, weil nur eine 100x100 Hamilton-Matrix verwendet wurde (mit einer 300x300 Matrix ist kein Unterschied zur "klassischen Kurve" mehr zu sehen). Als Zeiteinheit ist die Dauer gewählt, die das Photon benötigt, um den Hohlraum zu durchqueren. Wenn es also zur Zeit 0 in der Mitte startet, kommt es zur Zeit 1 zum Atom zurück und lädt es wieder auf (allerdings nicht ganz...). Zur Zeit 2 scheint es das Atom unter 0 zu entladen - jedenfalls seinen Realteil - das liegt an der Phasenbeziehung zwischen Atom und Photon (die klassische Kurve könnte ergänzt werden).

Wenn das Atom schwächer an den Hohlraum gekoppelt ist, sehen die Kurven so aus.

```
>plot([evalc(Re(atom)),exp(-gam*t)+2*gam*Heaviside(t-1)*exp(-gam*(t-1))*(t-1)],t=0..2.6,0..1,numpoints=500);
```

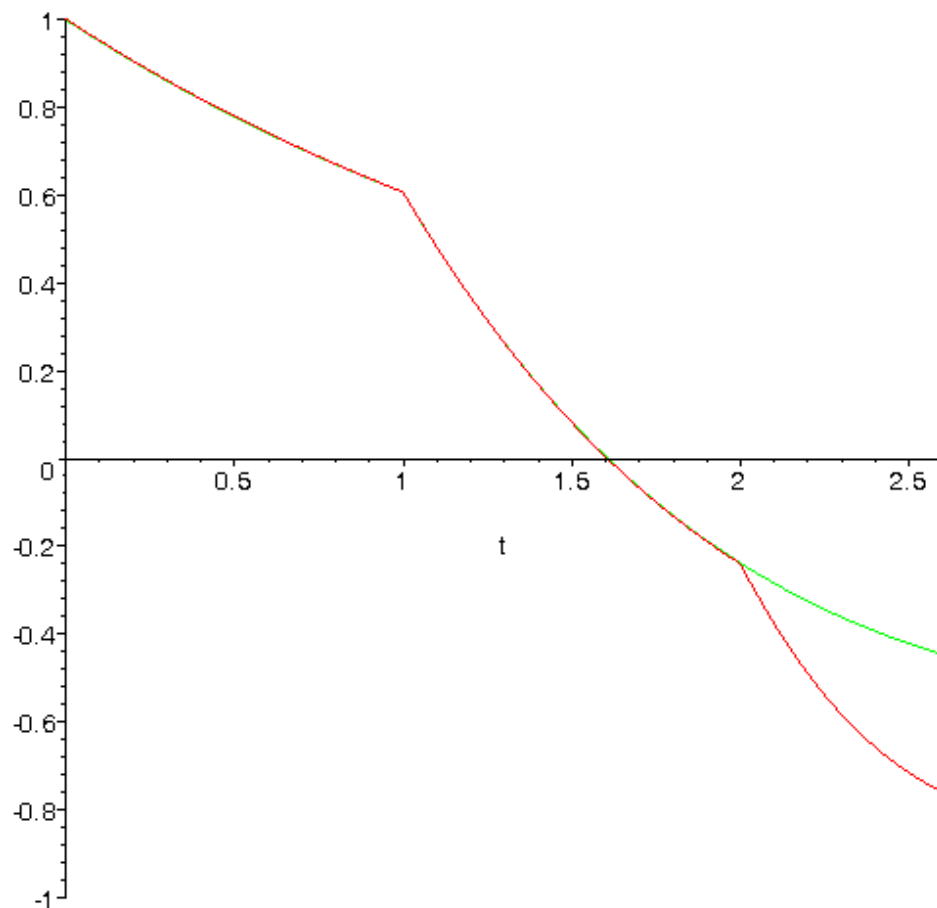



Das bedeutet einfach: Das Atom konnte seinen "Quantensprung" nicht zu Ende springen, weil das bei diesem "Quantensprung" abgestrahlte Photon vorher zurück kommt und das Atom wieder voll anregt.

Wenn sich das Atom allerdings an der "falschen Stelle" befindet, hat es Pech gehabt. Dann wird es vom Hohlraum schneller entladen als ursprünglich beabsichtigt (Nullstelle des Realteils der Amplitude) und mit umgekehrter Phase wieder angeregt:

```
>plot([evalc(Re(atom)),exp(-gam*t)-2*gam*Heaviside(t-1)*exp(-gam*(t-1))*(t-1)],t=0..2.6,-  
1..1,numpoints=500);
```

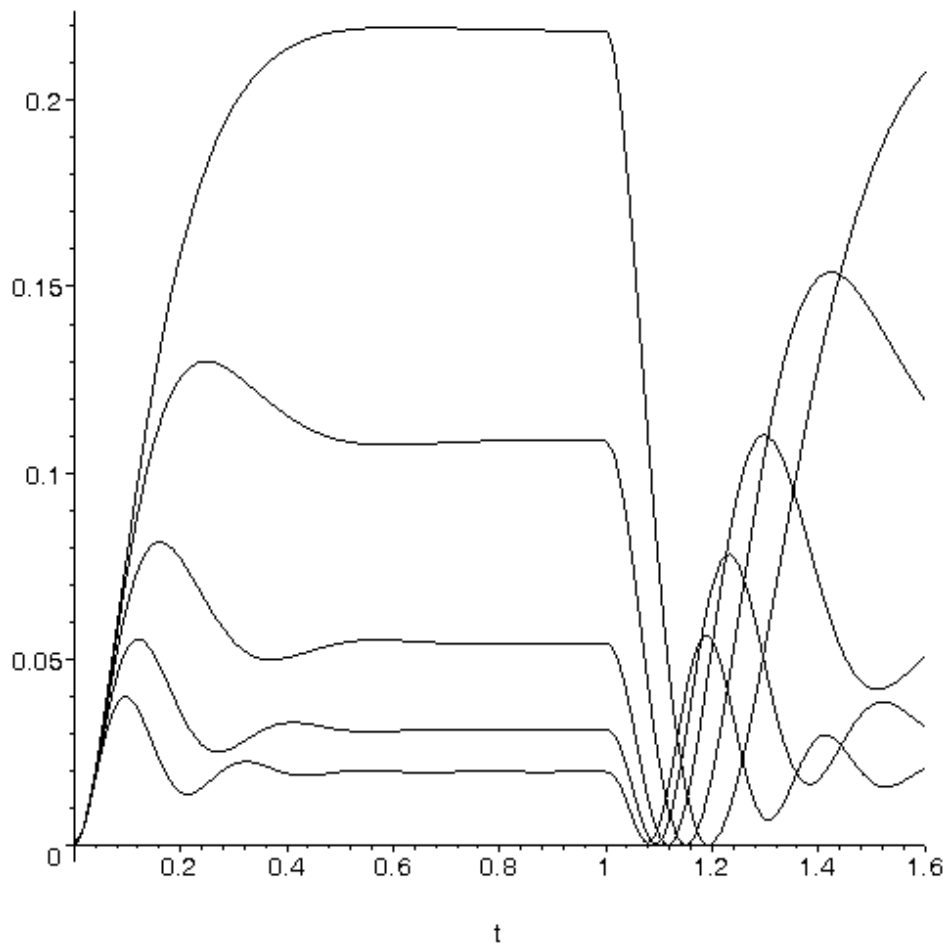
What is a photon?



Und wie geht es dem Photon in diesem Spiel? Es kommt in verschiedenen Moden daher. Je näher die Frequenz bei der Resonanzfrequenz liegt, desto größer die Amplitude. Moden, die weiter von der Resonanzfrequenz entfernt sind, zeigen ein klassisches Einschwingen ihrer Amplitude:

```
>plot([seq(evalc(abs(photon(t,i)))^2,i=1..10)],t=0..1.6,color=black);
```

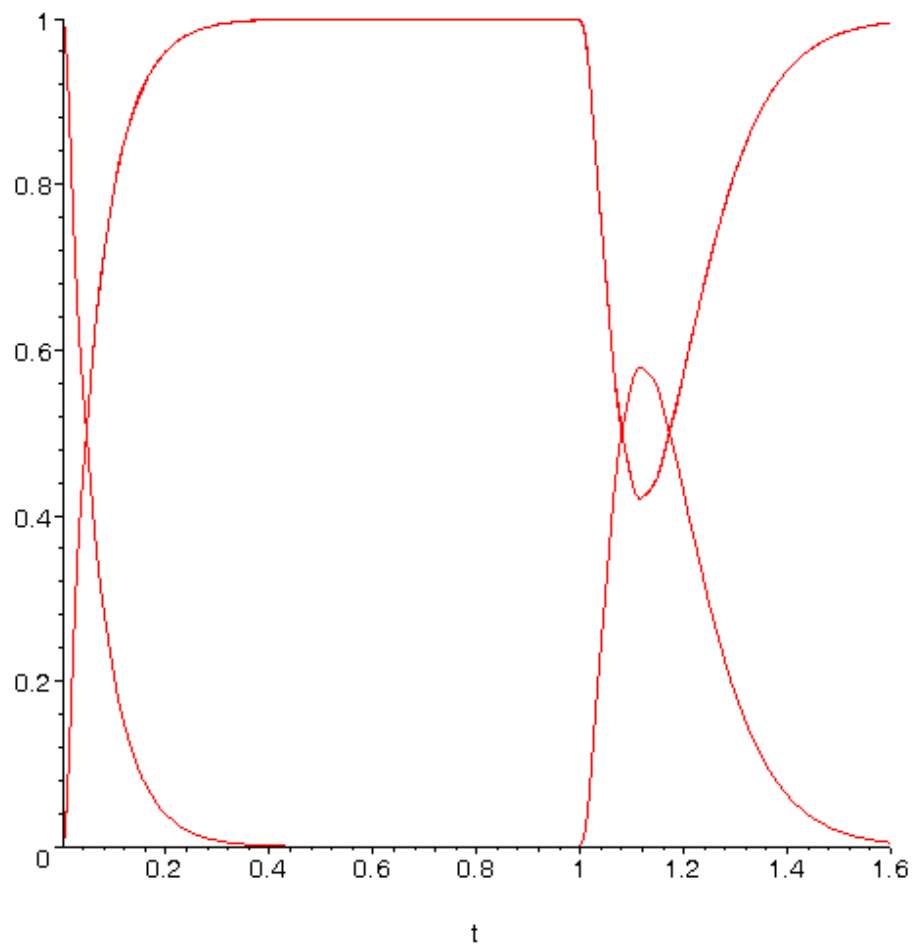
What is a photon?



Wenn man alle Moden aufsummiert (natürlich quantenmechanisch!), dann sollten sich die Wahrscheinlichkeiten von Atom und Photon für alle Zeiten zu 1 addieren, denn wir betrachten ja genau ein System!

```
>display(pa,pp,plot(1-evalc(abs(atom))^2,t=0..1.6,0..1,numpoints=500));
```

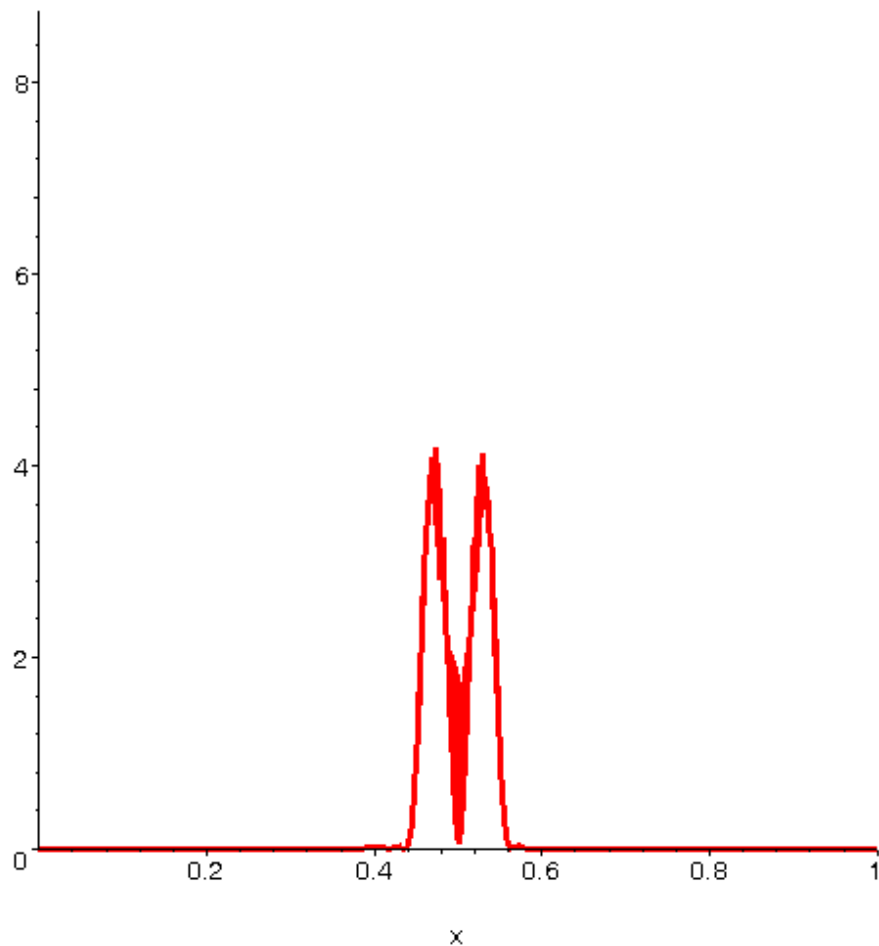
What is a photon?



Das scheint wohl zu stimmen! Bei genauer Betrachtung sieht man, dass die Kurve für die Photonenamplitude doppelt gezeichnet ist: die zweite Kurve ist "1 - Atomamplitude".

Dann wäre es doch noch interessant, zu untersuchen, wie sich das Photon bewegt. Achtung: Wir brechen hier verschiedene Tabus!

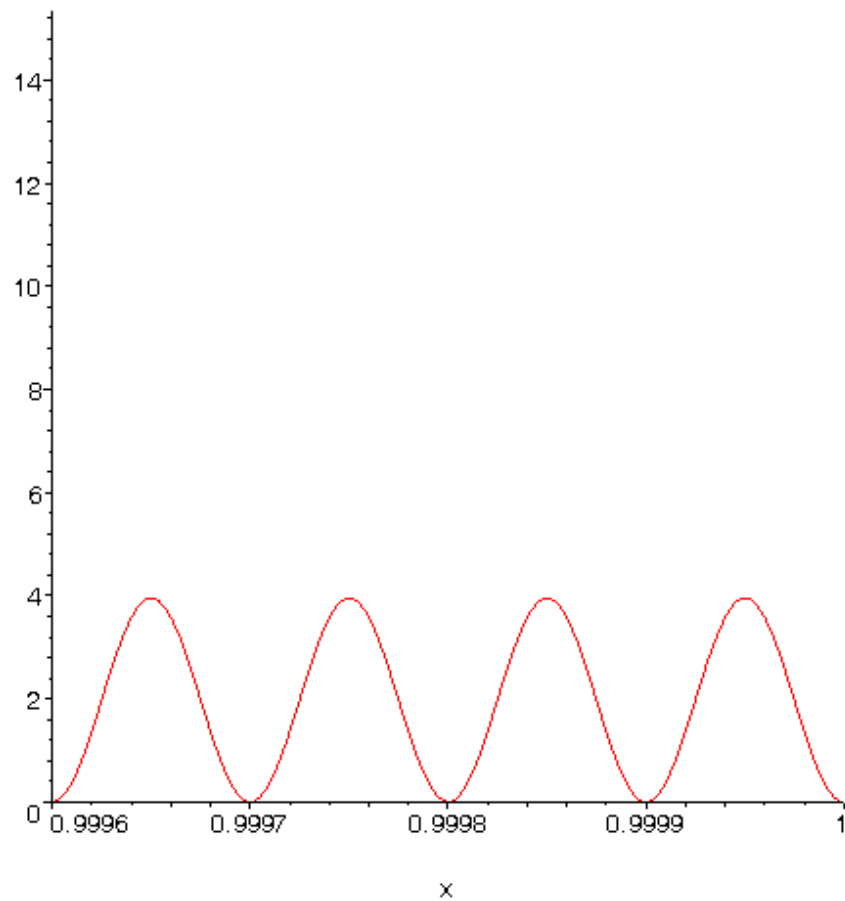
```
>display(seq(plot(E2(x,t),x=0..1,numpoints=50),t=seq(i/20,i=1..40)), insequence=true);
```



The calculated photon: Was lässt sich an einem Photon berechnen und damit visualisieren? Z.B. der Erwartungswert des Quadrates der elektrischen Feldstärke. Und wenn das Atom exponentiell zerfällt, dann muss sich das wohl auch im Photon widerspiegeln? Richtig! Das Photon wird emittiert (quanten*theoretisch* mit gleicher Wahrscheinlichkeit nach beiden Seiten) und wenn das Atom zu einem bestimmten Zeitpunkt mit seiner Emission beginnt (das ist ein Artefakt und nicht der Quantensprung!), hat die Feldstärke eine steile Flanke auf der Vorderseite. Bei realen Emissionsvorgängen wird der Übergang allmählich einsetzen (in atomarem Zeitmaßstab) und das Photon wird nur auf einer Seite zu finden sein (Impulserhaltung). Die Animation zeigt noch weitere Artefakte, nämlich Knickstellen auf dem exponentiell abfallenden Teil. Sie verschwinden, wenn man mit höherer Auflösung (300x300-Matrix) rechnet.

Kein Artefakt ist allerdings die Interferenz des Photons mit sich selbst, wenn es reflektiert wird. Eine Lupe an der rechten Grenze des Hohlraums zeigt die zeitlich veränderliche stehende Welle:

```
>display(seq(plot(E2(x,t),x=0.9996..1,title=convert(t,string)),t=seq(evalf(0.5+i/250),i=0..40)),insequence=true);
```



Was ist also ein Photon?

Links:

- [The calculated photon: Visualization of a quantum field](#)
- [OPN Trends—The Nature of Light: What Is a Photon?](#)

'Moderne Physik mit Maple'

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Die Plancksche Strahlungsformel

Die spektrale Energiedichte der Strahlung eines schwarzen Körpers als Funktion der Frequenz (oder Wellenlänge) mit der Temperatur des Körpers als Parameter.

Da es hier in erster Linie um den Verlauf der Kurven geht, wählen wir "passenden Einheiten" ($c = k = 1$) und vernachlässigen Normierungsfaktoren. Dann lautet die Plancksche Strahlungsformel:

>planck:=h*f^3/(exp(h*f/T)-1);

$$planck := \frac{hf^3}{e^{\left(\frac{hf}{T}\right)} - 1}$$

Darin bedeutet f die Frequenz, T die Temperatur und h das Wirkungsquantum.

Wäre das Wirkungsquantum 0, so ergäbe sich die Strahlungsformel von Rayleigh und Jeans (die für kleine Frequenzen, bzw. $hf \ll T$ eine brauchbare Näherung darstellt):

>rj:=limit(planck,h=0);

$$rj := f^2 T$$

Für große Frequenzen (genauer für $hf \gg T$) erhält man die Wiensche Strahlungsformel:

>wien:=h*f^3/(exp(h*f/T));

$$wien := \frac{hf^3}{e^{\left(\frac{hf}{T}\right)}}$$

Man beachte: im Vergleich zur Planckschen Strahlungsformel fehlt im Nenner nur "- 1"

Wo liegt das Maximum?

>ps:=diff(planck,f);

$$ps := \frac{3hf^2}{e^{\left(\frac{hf}{T}\right)} - 1} - \frac{h^2 f^3 e^{\left(\frac{hf}{T}\right)}}{\left(e^{\left(\frac{hf}{T}\right)} - 1\right)^2 T}$$

>simplify(ps);

$$-\frac{hf^2 \left(-3T e^{\left(\frac{hf}{T}\right)} + 3T + hf e^{\left(\frac{hf}{T}\right)} \right)}{\left(e^{\left(\frac{hf}{T}\right)} - 1 \right)^2 T}$$

```
>fmax:=solve(ps,f)[1];
```

$$f_{max} := \frac{T(\text{LambertW}(-3 e^{(-3)}) + 3)}{h}$$

Passt zum Wienschen Verschiebungsgesetz $f_{max} \sim T$.

Zahlenwerte:

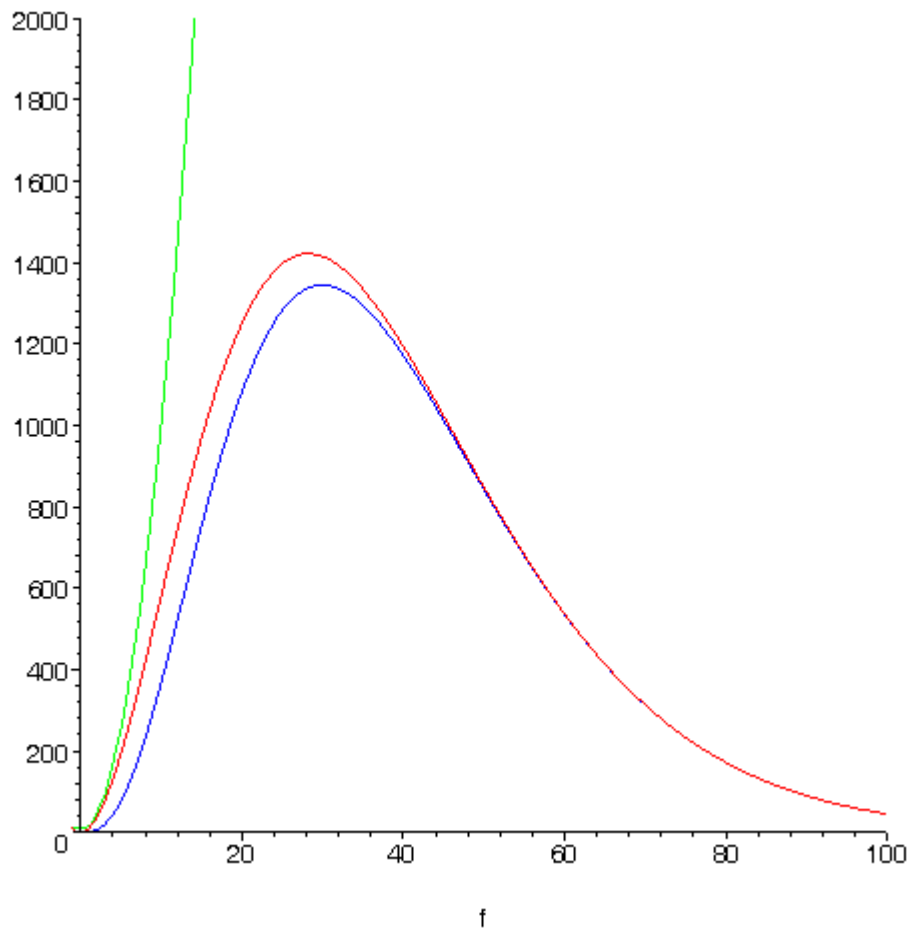
```
>h:=1:T:=10:
```

```
>evalf(fmax);
```

28.21439372

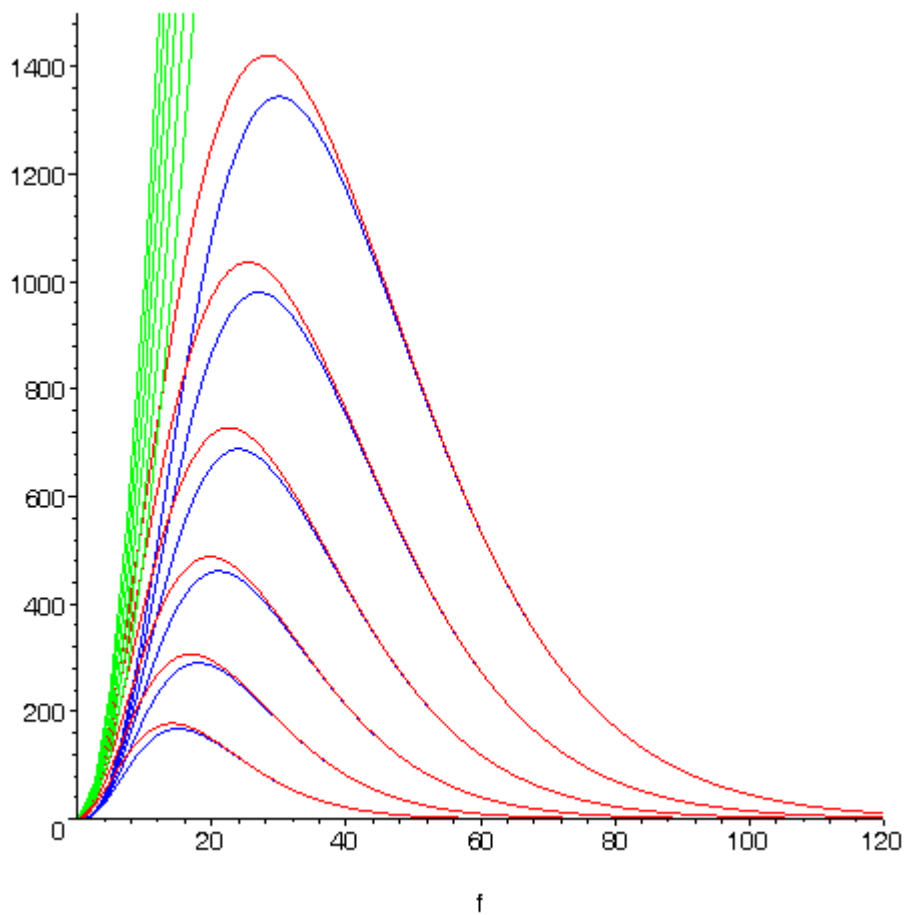
Und wie sehen die Kurven aus?

```
>plot([planck,rj,wien],f=-1..100,0..2000,color=[red,green,blue]);
```

Wir vergleichen die Strahlungsformeln für sechs Temperaturen:

```
>display(seq(plot([planck,rj,wien],f=0..120,0..1500,color=[red,green,blue]),T=5..10));
```

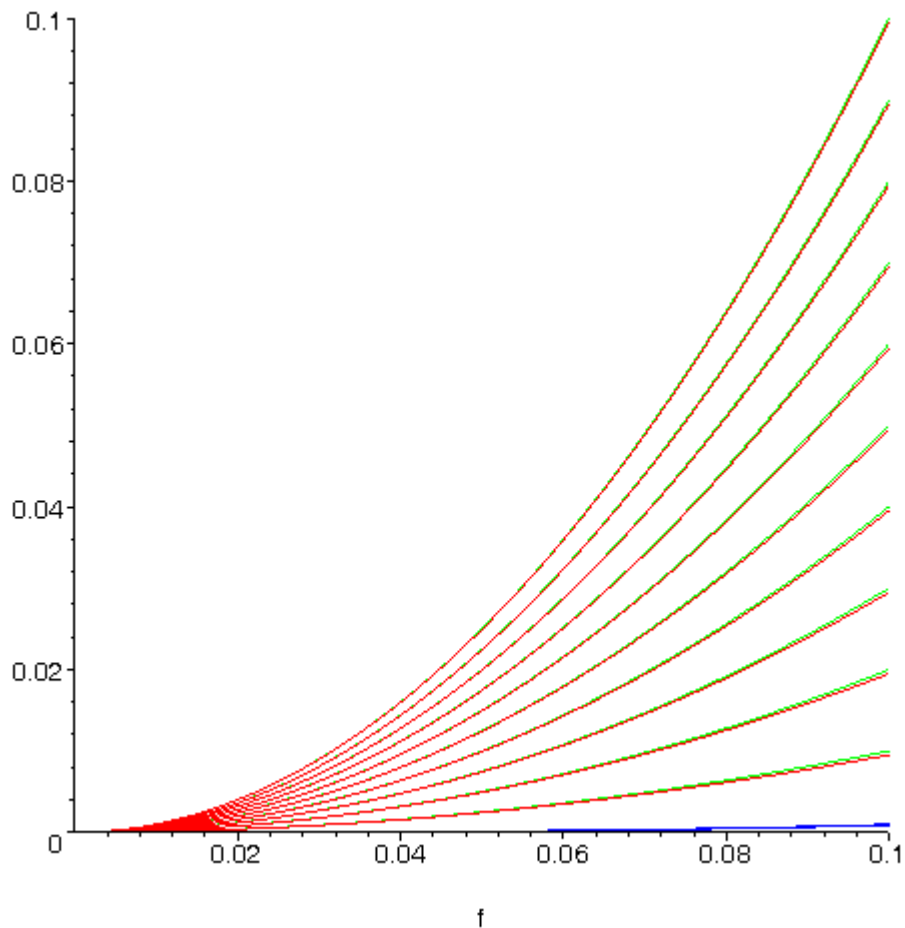


- Planck (rot)

- Rayleigh und Jeans (grün, RJ) kann nicht stimmen, weil die Kurven für große Frequenzen gegen Unendlich gehen: Ultraviolett katastrophe. Jeder noch so kalte Körper müsste Röntgenstrahlen emittieren. Die Annahme von RJ, dass die Wahrscheinlichkeit für die Abstrahlung auf alle Frequenzen gleich verteilt ist, muss also falsch sein.
- Wien (blau) sieht im Vergleich zu Planck recht gut aus, aber auch hier gibt es einen Haken:

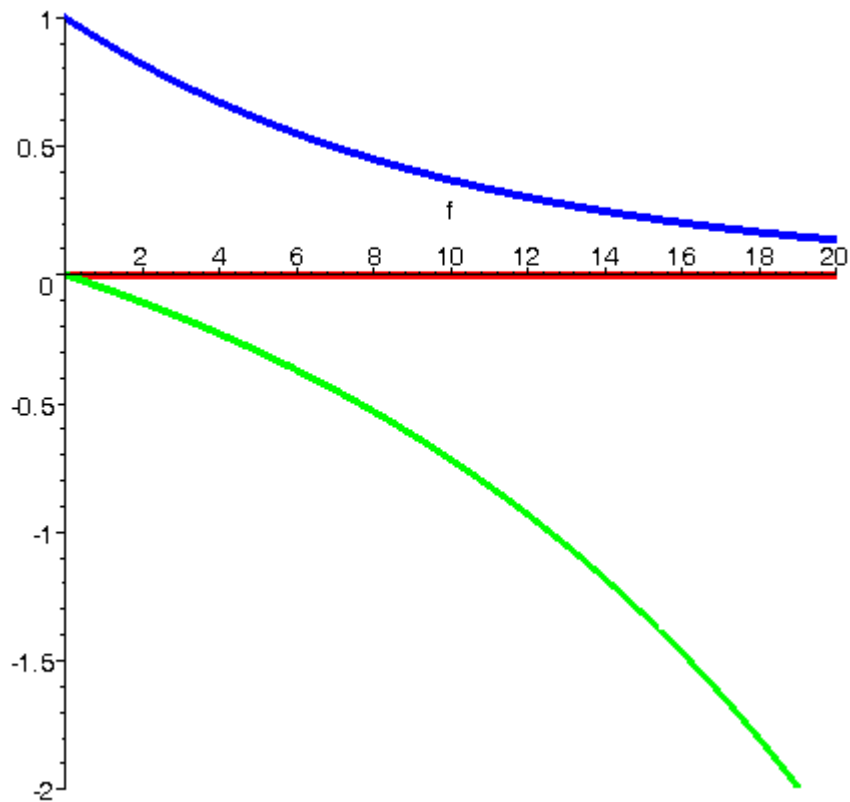
Für kleine Frequenzen nähert sich die Wiensche Verteilung (blau) einem Grenzwert, der auch bei beliebig hohen Temperaturen nicht überschritten wird, während RJ hier von Planck fast nicht zu unterscheiden ist.

```
>display(seq(plot([planck,rj,wien],f=0..0.1,0..0.1,color=[red,green,blue]),T=1..10));
```



Kleine Frequenzen sind aber mindestens so wichtig wie große (Radio, Fernsehen,...): Wäre Wien richtig, so würden Glühlampen keine Wärme abstrahlen (das wäre eine Infrarotkatastrophe - aber nicht für die Hersteller von Glühlampen :-)). Also ist die Wahrscheinlichkeit für die Abstrahlung auch keine Maxwellverteilung (was Wien annahm, um die experimentellen Daten zu fitten).

Die prozentualen Abweichungen (100% entspricht 1 auf der Ordinate) der "alten Strahlungsformeln" von der Planckschen Formel (rot) sehen so aus:



Planck hat also recht genial zwischen der Ultraviolett- und der Infrarotkatastrophe gemittelt...

Und wie kam nun Planck auf seine Verteilung?

Das ist eine längere Geschichte (und Rechnung), die Sie vielleicht demnächst hier lesen können.

Aber die Annahme und das Ergebnis sind bekannt: Die Energie elektromagnetischer Strahlung wird in Quanten emittiert und absorbiert. Und Einstein ergänzte: Elektromagnetische Strahlung ist auch quantisiert unterwegs: Photonen!

Das war der Beginn der Quantenphysik, zu dem auch das Bohrsche Atommodell gehört: Im Atom halten sich die Elektronen nur auf bestimmten Bahnen auf (ohne elektromagnetische Strahlung abzugeben). Der Übergang von einer Bahn zur anderen geschieht im Bohrschen Atommodell mit einem [Quantensprung](#), bei dem ein Photon (elektromagnetische Strahlung) emittiert oder absorbiert wird. Ein Jahrhundert später ist man in der Physik zu einem wesentlich besseren Verständnis der Vorgänge gekommen (-> Quantenelektrodynamik), was aber ewig Gestrige nicht daran hindert, mit Begriffen (oder auch nur Namen), die vor 100 Jahren entstanden, hausieren zu gehen.

Ja - so sieht es im Informationszeitalter aus: Der [Quantensprung](#) als Paradebeispiel für Mystifizierung. Wie im finstersten Mittelalter (Strahlung schwarzer Körper?)...

Etwas leichter verdaulichere Kost: Wir sehen uns die Strahlungsformeln noch einmal als Funktion der Wellenlänge an

>planck:=h/lambda^5/(exp(h/(lambda*T))-1);

$$planck = \frac{h}{\lambda^5 \left(e^{\left(\frac{h}{\lambda T} \right)} - 1 \right)}$$

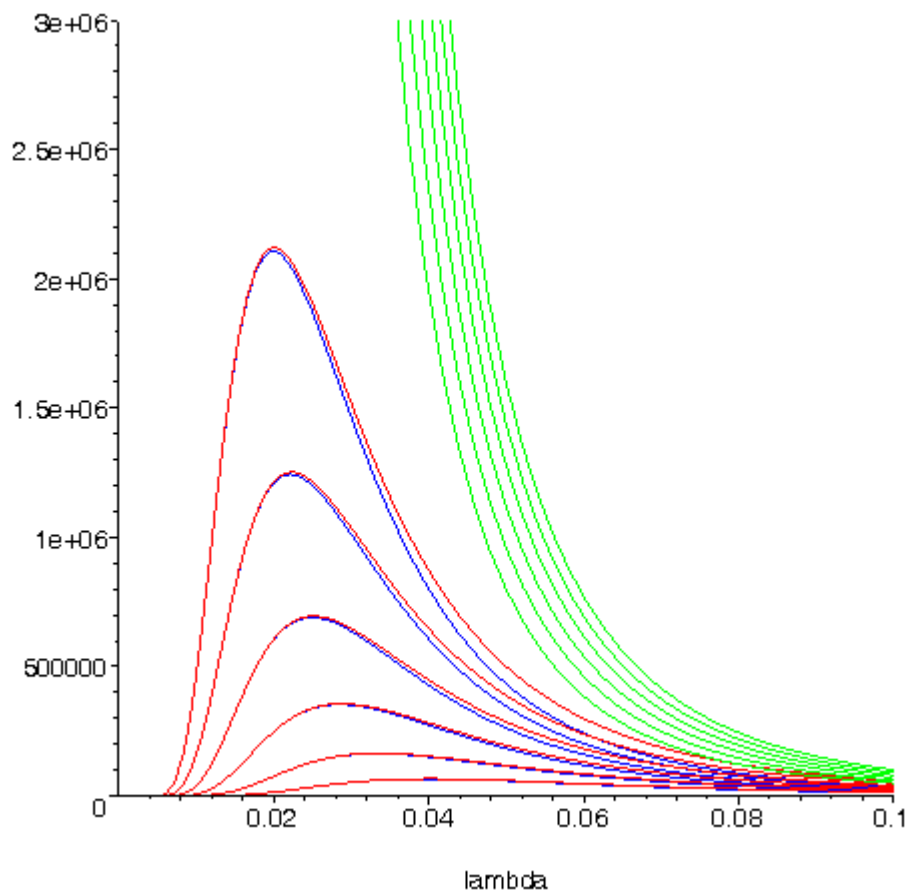
>rj:=limit(planck,h=0);

$$r_j := \frac{T}{\lambda^4}$$

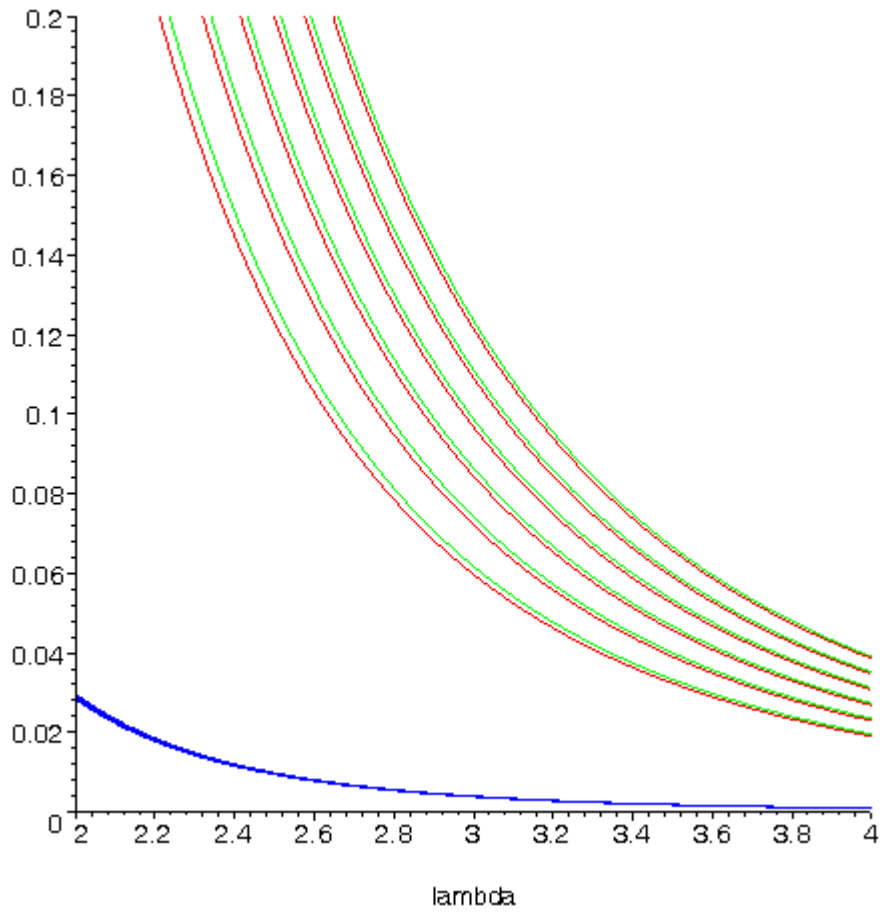
```
>wien:=h/lambda^5/(exp(h/(lambda*T)));
```

$$wien := \frac{h}{\lambda^5 e^{\left(\frac{h}{\lambda T}\right)}}$$

```
>display(seq(plot([planck,rj,wien],lambda=0..0.1,0..3e6,color=[red,green,blue]),T=5..10));
```



```
>display(seq(plot([planck,rj,wien],lambda=2..4,0..0.2,color=[red,green,blue]),T=5..10));
```



komma_AT_oe.uni-tuebingen.de

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Are There Quantum Jumps?

Was [sagt](#) Schrödinger dazu?

"Das Ablassen von der Theorie der Quantensprünge, die mir persönlich von Jahr zu Jahr unannehbarer erscheinen, hat nun freilich erhebliche Konsequenzen!"

Und so sieht Schrödingers Originaltext aus (erste Seite):

ARE THERE QUANTUM JUMPS ?

PART I*

E. SCHRÖDINGER

' . . . cominciai a credere, che uno, che lascia un'opinione imbevuta col latte, e seguita da infiniti, per venire in un' altra da pochissimi seguita, e negata da tutte le scuole, e che veramente sembra un paradosso grandissimo, bisognasse per necessità, che fusse mosso, per non dir forzato, da ragioni più efficaci.' Galileo, *Dialogue on the Two Greatest World Systems*, 2nd Day.

I *The Cultural Background*

PHYSICAL science, which aims not only at devising fascinating new experiments, but at obtaining a rational understanding of the results of observations, incurs at present, so I believe, the grave danger of getting severed from its historical background. The innovations of thought in the last 50 years, great and momentous and unavoidable as they were, are usually overrated compared with those of the preceding century; and the disproportionate foreshortening by time-perspective, of previous achievements on which all our enlightenment in modern times depends, reaches a disconcerting degree according as earlier and earlier centuries are considered. Along with this disregard for historical linkage there is a tendency to forget that all science is bound up with human culture in general, and that scientific findings, even those which at the moment appear the most advanced and esoteric and difficult to grasp, are meaningless outside their cultural context. A theoretical science, unaware that those of its constructs considered relevant and momentous are destined eventually to be

* Received 28. iv. 52

Schrödinger beginnt seinen Artikel (sein Pamphlet)

Are There Quantum Jumps? Part I

The British Journal for the Philosophy of Science, 3, (1952), 109-123 [B 12]

mit einem Zitat aus Galileos 'Dialog über die beiden hauptsächlichen Weltsysteme'. Dort sagt Sagredo am zweiten Tag:

" ... ich begann zu glauben, daß einer, der eine Meinung, die er schon mit der Muttermilch aufgesogen hat und der

unzählige gefolgt sind, aufgibt, um zu einer anderen zu gelangen, die nur verschwindend wenige teilen und die von allen Schulen abgelehnt wird und die auch tatsächlich ein riesiges Paradoxon scheint, daß ein solcher also unbedingt von tieferliegenden Argumenten angetrieben, wenn nicht geradezu gezwungen sein müsste."

Dabei lässt er die erste Hälfte des Satzes weg, in der Sagredo das Ptolemäische und das Kopernikanische Weltbild gegenüberstellt. Hier ist der ganze Satz:

"Là onde, considerando io come nessun è che segua l'opinione del Copernico, che non sia stato prima della contraria e che non sia benissimo informato delle ragioni di Aristotile e di Tolomeo, e che all'incontro nissuno è de' seguaci di Tolomeo e d'Aristotile, che sia stato per addietro dell'opinione del Copernico e quella abbia lasciata per venire in quella d'Aristotile, considerando, dico, queste cose, cominciai a credere che uno che lascia un'opinione imbevuta col latte e seguita da infiniti, per venire in un'altra da pochissimi seguita, e negata da tutte le scuole e che veramente sembra un paradosso grandissimo, bisognasse per necessità che fusse mosso, per non dir forzato, da ragioni più efficaci."

Er will also in erster Linie die Situation darstellen, in der sich einer befindet, der mit überkommenen Schulmeinungen zu kämpfen hat. Daß jeder Leser von 'The British Journal for the Philosophy of Science' weiß worum es in diesem Dialog geht, kann er wohl auch voraussetzen. Auch wendet er sich im Jahre 1952 (also 26 Jahre nach "der Schrödingergleichung") weniger an Physiker, sondern in einer Zeitschrift für Wissenschaftsphilosophie an alle Leser mit einem "kulturellen Hintergrund".

Ist das 50 Jahre später (2005) noch interessant?

Worum geht es hier eigentlich?

Lesen Sie selbst (der Originaltext steht in << >>, Übersetzungen z.T. etwas verkürzt und relativ frei in " "):

<<ARE THERE QUANTUM JUMPS?

PART I [Received 28. iv. 52]

E. SCHRÖDINGER

'...cominciai a credere, che uno, che lascia un'opinione imbevuta col latte, e seguita da infiniti, per venire in un' altra da pochissimi seguita, e negata da tutte le scuole, e che veramente sembra un paradosso grandissimo, bisognasse per necessità, che fusse mosso, per non dir forzato, di ragioni più efficaci.' Galileo, *Dialogue on the Two Greatest World Systems*, 2nd Day.

1 The Cultural Background

Physical science, which aims not only at devising fascinating new experiments, but at obtaining a rational understanding of the results of observations, incurs at present, so I believe, the grave danger of getting severed from its historical background. The innovations of thought in the last 50 years, great and momentous and unavoidable as they were, are usually overrated compared with those of the preceding century; and the disproportionate foreshortening by time-perspective, of previous achievements on which all our enlightenment in modern times depends, reaches a disconcerting degree according as earlier and earlier centuries are considered. Along with this disregard for historical linkage there is a tendency to forget that all science is bound up with human culture in general, and that scientific findings, even those which at the moment appear the most advanced and esoteric and difficult to grasp, are meaningless outside their cultural context. A theoretical science, unaware that those of its constructs considered relevant and momentous are destined eventually to be framed in concepts and words that have a grip on the educated community and become part and parcel of the general world picture - a theoretical science, I say, where this is forgotten, and where the initiated continue musing to each other in terms that are, at best, understood by a small group of close fellow travellers, will necessarily be cut off from the rest of cultural mankind; in the long run it is bound to atrophy and ossify, however virulently esoteric chat may continue within its joyfully isolated groups of experts. This has happened before in similar circumstances. Benjamin Farrington puts it admirably in his *Greek Science*, vol. 2, p. 273 Pelican Books, London, 1949:

'Perhaps the most decisive defeat of the scientific spirit in antiquity had been the loss of the sense of history. History is the most fundamental science, for there is no human knowledge which cannot lose its scientific character when men forget the conditions under which it originated, the questions which it answered, and the functions it was created to serve. A great part of the mysticism and superstition of educated men consists of knowledge which has broken loose from its historical moorings.'

The disregard for historical connectedness, nay the pride of embarking on new ways of thought, of production and of action, the keen endeavour of shaking off, as it were, the indebtedness to our predecessors, are no doubt a general trend of our time. In the fine arts we notice strong currents quite obviously informed by this vein; we witness its results in modern painting, sculpture, architecture, music and poetry. There are many who look upon this as a new buoyant rise, while others regard it as a flaring up that inaugurates decay. It is not here the place to dwell on this question, and my personal views on it might interest nobody. But I may say that whenever this trend enters science, it ought to be opposed. There obviously is

a certain danger of its intruding into science in general, which is not an isolated enterprise of the human spirit, but grows on the same historic soil as the others and participates in the mood of the age. There is, however, so I believe, no other nearly so blatant example of this happening as the theories of physical science in our time. I believe that we are here facing a development which is the precise counterpart of that in the fine arts alluded to above. The most appropriate expression to use for it is one borrowed from the history of poetry: Gongorism. It refers to the poetry of the Spaniard Luis de Gongora (1561-1627), very fine poems, by the way, especially the early ones. Yet also his later poems (to which the term more particularly refers) are well sounding and *they all make sense*. But he uses all his acuity and skill on making it as difficult as possible to the reader to unravel the sense, so that even natives of Castile use extended commentaries to grasp the meaning safely.

One ought not, I think, to say that if, in this, physics is following a general trend of our time, we must not oppose it. Though we are entirely the product of historical development, yet it is we who make its continuation and not history that drags us along a predestined trail. It depends entirely on us, on our stopping to think and acting according to reason, whether there will be decay or a new rise after the crisis. This is what Bertrand Russell in recent years has not tired to inculcate with regard to much more momentous questions than the fate of theoretical physics. However, here we shall be concerned with the latter.

My friend and scientific colleague Professor Hans Thirring, in his book *Homo Sapiens*, [Wien, 1948] in which he conducts an elaborate and very creditable campaign against War, and for Universal Peace, incidentally opines that in antiquity everybody except a few men of genius considered the earth to be a flat disk. Professor E. P. Wigner, in an article on 'The Limits of Science' [*Proc. Am. Philosoph. Soc.* 1950, 94, 422] is in doubt whether to date the 'birthyear' of chemistry around 1780 (Lavoisier) or at 1808 (Dalton's law). Physics, he says, is somewhat older, since Newton's *Principia* became available in 1687. He grants that 'Archimedes discovered laws of physics around 250 B.C. but his discoveries can hardly be called the real beginning of physics.' I must not take up space by refuting these strange views, but refer the reader to Professor Benjamin Farrington's two excellent Pelican books on *Greek Science*. Still I would mention that among the 'insignificant' discoveries of that period was the inference, drawn (probably by Archimedes) from the heliocentric system of Aristarchus, that the fixed stars must be at least at a distance of, in our units, about two light years; and the further conclusion that from there the sun would appear as a faint star, and therefore, inversely, many of those stars must equal and even exceed the sun in size - or luminosity, as we would call it today. Of course scientific knowledge takes some time to get a grip on the cultured community. Charles Darwin tells us in the *Voyage of a Naturalist* of the sensation he caused in 1833 among the 'educated' society in Argentine by telling them that the earth is a sphere. This knowledge was then more than 2,300 years old.>>

So weit der Philosoph Schrödinger. Leider gibt es auch heute noch Physiker, die Schrödinger in die Philosophenecke stellen wollen, auch wenn sie täglich seine Gleichung benutzen. Aber keine Sorge - der Physiker Schrödinger lässt nun seine Katze aus dem Sack:

<<What has all this to do with quantum jumps? I have been trying to produce a mood that makes one wonder what parts of contemporary science will still be of interest to others than historians 2,000 years hence. There have been ingenious constructs of the human mind that gave an exceedingly accurate description of observed facts and have yet lost all interest except to historians. I am thinking of the theory of epicycles. I confess to the heretical view that their modern counterpart in physical theory are the quantum jumps. Or rather these correspond to the *circles* which the sun, the moon and the stars were thought to describe around the earth in 24 hours after earlier and better knowledge had been condemned. I am reminded of *epicycles* of various orders when I am told of the hierarchy of *virtual* quantum transitions. But let these rude remarks not deter you. We shall now come to grips with the subject proper. >>

"Was hat all das mit Quantensprüngen zu tun? Ich wollte eine Stimmung erzeugen, die einen neugierig macht, was von der gegenwärtigen Wissenschaft in 2000 Jahren außer für Historiker noch interessant sein wird. Es gab erfinderische Konstrukte des menschlichen Geistes, die eine sehr genaue Beschreibung der beobachteten Fakten lieferten und trotzdem nur noch von historischem Interesse sind. Ich denke dabei an die Theorie der Epizyklen. Und ich bekenne mich zu dem ketzerischen Standpunkt, dass ihr modernes Entsprechungsstück in der theoretischen Physik die Quantensprünge sind. Sie entsprechen den gedachten *Kreisen*, die die Sonne, der Mond und die Sterne täglich um die Erde beschreiben nachdem man früheres und besseres Wissen verdammt hatte. Es erinnert mich an *Epizyklen* verschiedener Ordnung, wenn man mir von *gedachten* Quantenübergängen erzählt. Aber lassen Sie sich von diesen groben Anmerkungen nicht abschrecken. Wir werden nun das eigentlich Thema anpacken."

Nun - das ist doch starker Tobak! Schrödinger bekennt sich zur Ketzerei und vergleicht die orthodoxe Quantenphysik (Kopenhagen-Schule) mit den Zeiten vor der Kopernikanischen Wende. Da muss er natürlich im einführenden Zitat eine Anleihe bei Galileo machen und einen kleinen Umweg über den "kulturellen Hintergrund". Das Thema ist aber auch heute noch äußerst spannend (und nicht nur für Historiker interessant) und es ist schön zu lesen, wie Schrödinger mit den Wörtern spielt: Das "eigentliche Thema" (subject proper) führt direkt zu seinen *Proper Modes* (Eigenschwingungen):

<<2 The Discontinuous States as Proper Modes

Max Planck's essential step in 1900, amounted, as we say now, to laying the foundation of quantum theory; it was his

discovery, by abstract thought, of a *discontinuity* where it was least expected, namely in the exchange of energy between an elementary material system (atom or molecule) and the radiation of light and heat. He was at first very reluctant to draw the much more incisive conclusion that each atom or molecule had only to choose between a *discrete* set of 'states'; that it could normally only harbour certain discrete amounts of energy, sharply defined and characteristic of its nature; that it would normally find itself on one of these 'energy levels' (as the modern expression runs) - except when it changes over more or less abruptly from one to another, radiating its surplus energy to the surrounding, or absorbing the required amount from there, as the case may be. Planck was even more hesitant to adopt the view that radiation itself be divided up into portions or light-quanta or 'photons', to use the present terminology. In all this his hesitance had good reasons. Yet only a few years later (1905) Einstein advanced the hypothesis of light-quanta, clinching it with irresistible arguments; and in 1913 Niels Bohr, by taking the discrete states of the atoms seriously and extending Planck's assumptions in two directions with great ingenuity, but irrefutable consistency, could explain quantitatively some of the atomic line spectra, which are all patently *discrete*, and which had in their entirety formed a great conundrum up to then:>>

"Max Planck hatte 1900 die Quantentheorie begründet indem er durch abstraktes Denken eine Diskontinuität entdeckte wo niemand sie vermutet hätte, nämlich beim Austausch von Energie zwischen materiellen Körpern und (elektromagnetischer) Strahlung. Es widerstrebte ihm zunächst sehr, die noch viel einschneidendere Folgerung daraus zu ziehen, dass jedes Atom oder Molekül nur einen *diskreten* Satz an 'Zuständen' besitzt und deshalb normalerweise nur bestimmte diskrete und scharf definierte Energiebeträge (die für es selbst charakteristisch sind) aufnehmen kann; dass es sich also normalerweise auf einem dieser Energie-Level (so die moderne Sprechweise) befindet - außer wenn es mehr oder weniger abrupt von einem (Level) zum anderen wechselt und dabei die Energiedifferenz emittiert oder absorbiert. Planck zögerte noch mehr, die Sichtweise anzunehmen, dass die Strahlung selbst in Portionen oder Lichtquanten oder 'Photonen' (gegenwärtige Terminologie) aufgeteilt ist. Bei all dem hatte sein Zögern gute Gründe. Gleichwohl stellte Einstein nur ein paar Jahre später (1905) die Hypothese der Lichtquanten auf und verband sie mit unwiderstehlichen Argumenten; und 1913 nahm Niels Bohr die diskreten Zustände ernst, erweiterte Plancks Annahmen mit großem Scharfsinn und unwiderlegbarer Konsistenz in zwei Richtungen und konnte damit einige der Linienspektren, die offensichtlich alle *diskret* sind und bis dahin ein Rätsel waren, erklären."

Nun sind also auch Schröningers Gegenspieler persönlich genannt: Einstein und Bohr, aber auch der "kulturelle Hintergrund": Planck. Die "unwiderlegbare Konsistenz" der Bohrschen Argumentation ist wohl ironisch gemeint (wie wir später sehen werden).

<<Bohr's theory turned them into the ultimate and irrevocable direct evidence, that the discrete states are a genuine and real fact. Bohr's theory held the ground for about a dozen of years, scoring a grand series of so marvellous and genuine successes, that we may well claim excuses for having shut our eyes to its one great deficiency: while describing minutely the so-called 'stationary' states which the atom had normally, i.e. in the comparatively uninteresting periods when *nothing happens*, the theory was silent about the periods of transition or '*quantum jumps*' (as one then began to call them). Since intermediary states had to remain disallowed, one could not but regard the transition as instantaneous; but on the other hand, the radiating of a coherent wave train of 3 or 4 feet length, as it can be observed in an interferometer, would use up just about the average interval between two transitions, leaving the atom no time to 'be' in those stationary states, the only ones of which the theory gave a description.>>

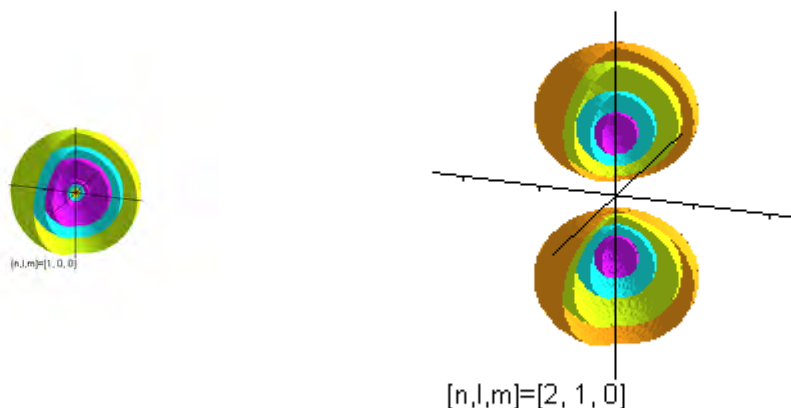
"Bohrs Theorie verwandelte die Linienspektren in den ultimativen und unwiderruflichen direkten Beweis, dass die diskreten Zustände eine wahre und reale Tatsache sind. Bohrs Theorie bildete die Grundlage für ein dutzend Jahre, sie verzeichnete dabei eine Reihe von so erstaunlichen und echten Erfolgen, dass die Entschuldigung dafür nicht schwer fällt, dass wir unsere Augen vor ihrer einen großen Unzulänglichkeit verschlossen: Während sie minutiös die so genannten 'stationären' Zustände beschreibt, die das Atom normalerweise hatte, also in den vergleichsweise uninteressanten Zeitabschnitten wenn *nichts passiert*, schwieg sich die Theorie aus über die Zeitabschnitte der Übergänge oder 'Quantensprünge' (wie man sie dann zu nennen begann). Nachdem Zwischenzustände weiterhin verboten bleiben mussten, konnte man nicht umhin, die Übergänge als instantan zu betrachten; aber andererseits: die Strahlung eines kohärenten Wellenzugs von 3 bis 4 Fuß Länge, wie sie in einem Interferometer beobachtet werden kann, würde gerade etwa die mittlere Zeit zwischen zwei Übergängen verbrauchen und damit dem Atom keine Zeit lassen, in diesen stationären Zuständen zu 'sein', den einzigen Zuständen also, die die Theorie beschrieb."

Köstlich! Bohrs Theorie wird großartig gewürdigt und aufgebaut, um sie dann gründlich in Frage zu stellen: Die Atome haben gar keine Zeit, sich in den 'stationären' Zuständen zu befinden. Das eigentliche Geschehen wird von dieser Theorie nicht beschrieben, sondern in einen instantanen Quantensprung gepackt - der Offenbarungseid für die Dogmen (Postulate) aus Kopenhagen. Um so erstaunlicher, dass so große Physiker wie Einstein und Bohr (u.a.m.) diese Schwachstelle so lange ignoriert haben und dass noch heute Schulbücher (aber auch Lehrbücher für das Physikstudium) an den stationären Zuständen und den Quantensprüngen festhalten. Alleine die Überlegung, dass eine sprunghafte Änderung der Energie unendlich viel Leistung erfordert muss doch bedenklich stimmen. Auch heute noch spricht man von dem Photon als Energiepaket, das in einem Akt absorbiert oder emittiert wird. Dass ein Photon eine bestimmte Energie trägt, ist sicher richtig. Aber daraus folgt noch lange nicht, dass diese Energie sprunghaft übertragen wird. Man kann heute Photonen mit einer Kohärenzlänge erzeugen, die im Kilometerbereich liegt, die also mit sehr geringer Leistung emittiert und absorbiert werden. Ebenso ist längst bekannt (und war es schon zu Zeiten Bohrs), dass die Energie eines Photons nicht vollständig absorbiert werden muss, sondern dass dies vom jeweiligen Elementarprozess abhängt. Die vollständige Absorption ist ein

Resonanzphänomen. Beim Comptonstoß kann ein Photon alle kinematisch erlaubten Energien an das Elektron abgeben.

Im "Einsteinjahr 2005" sollte man auch erwähnen, dass Einstein seinen Nobelpreis 1921 "insbesondere für den Photoeffekt" erhielt (die Begründung des Nobel-Komitees: "for his services to Theoretical Physics, and especially for his discovery of the law of the photoelectric effect"). Allerdings vertrat er 1905 noch Ansichten, die man getrost unter "die größten Irrtümer eines Genies" einordnen kann. So in den Annalen der Physik 1905, "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt" (das ist der Artikel zum "photoelectric effect"), Seite 133: "Nach der hier ins Auge zu fassenden Annahme ist bei der Ausbreitung eines von einem Punkte ausgehenden Lichtstrahles die Energie nicht kontinuierlich auf größer und größer werdende Räume verteilt, sondern es besteht dieselbe aus einer endlichen Zahl von in Raumpunkten lokalisierten Energiequanten, welche sich bewegen, ohne sich zu teilen und nur als Ganze absorbiert und erzeugt werden können". Später hat Einstein das etwas modifiziert (Photon = Singularität, die von einem Vektorfeld umgeben ist), aber der Irrtum hatte sich schon weltweit verbreitet und geistert heute noch durch die Literatur (insbesondere in Schulbüchern) und die Köpfe so mancher Physiker. "Quanten (Photonen) sind in Raumpunkten lokalisierbar und unteilbar", denn schließlich hat ja Einstein seinen Nobelpreis dafür bekommen! Was in Raumpunkten lokalisiert ist und sich als Ganzes bewegt, ist nichts anderes als ein Newtonsches Teilchen und wenn es erzeugt oder absorbiert wird, dann kann das nur in unendlich kurzer Zeit geschehen (Punkt da oder nicht da) - einem Quantensprung (den kannte Newton allerdings nicht ;-)). Weshalb verstieg sich das Relativitätsgenie Einstein zu einer solch kühnen Hypothese? Er wollte einfach den Unterschied zur Maxwelltheorie klarmachen, in der sich die Energie der Strahlung kontinuierlich über den Raum verteilt. Es bleibt aber auch heute noch völlig unverständlich, weshalb er dabei vergaß, dass zwischen einem Punkt und einem fast punktförmigen Gebilde unendlich viele Größenordnungen liegen: Weder das Photon noch das Elektron noch irgend ein Teilchen ist punktförmig. Und gerade Einstein hätte wissen müssen, dass sich Energie nicht in einem Punkt (einer Singularität) konzentrieren lässt und damit in einem Zeitpunkt übertragen lässt. Immerhin war er ja vorsichtig genug, seine Idee als einen "heuristischen Gesichtspunkt" einzustufen...

Aber was sind nun diese oben erwähnten mysteriösen 'stationären' Zustände? Hier sind zwei davon:



Hierbei handelt es sich um eine ausgesprochene [Raritätensammlung](#), weil das Atom kaum Zeit hat, sich in solch einem 'stationären' Zustand aufzuhalten (außer im Grundzustand links). Trotzdem liest und hört man immer wieder (auch heute noch), dass sich in diesen Zuständen nichts bewegt und dass sie das Ergebnis einer Ortsmessung seien. Als ob es eingefrorene Atome gäbe, bei denen man in aller Ruhe und punktgenau die Ortsverteilung des Elektrons bestimmen könnte. Schrödinger hatte noch keinen Computer, mit dem er solche Bilder erzeugen konnte. Aber er hatte die richtigen Bilder im Kopf und vor allem die Gleichung dafür. Sie entstehen, wenn man die Lösung der Schrödingergleichung im Coulombpotential berechnet. Der experimentelle Nachweis wird *nicht* mit einer *Ortsmessung* gemacht, sondern mit einer *Impulsmessung der Wellenfunktion*, die man dann mit einer Fouriertransformation in den Ortsraum überführt. Die Realität ist also das genaue Gegenteil der Bohrschen Theorie. Das Atom befindet sich praktisch nie in einem reinen angeregten Zustand, sondern meistens in den 'verbotenen' Zwischenzuständen (oder im Grundzustand). Wie löst Schrödinger dieses Problem? Ganz einfach:

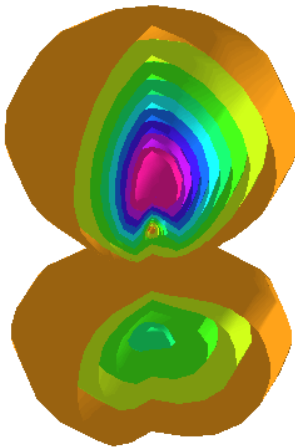
<<This difficulty was overcome by quantum mechanics, more especially by wave mechanics, which furnished a new description of the *states*; this was precisely what was still missing in the earliest version of the new theory which had preceded wave mechanics by about one year. The previously admitted discontinuity was not abandoned, but it shifted from the *states* to something else, which is most easily grasped by the simile of a vibrating string or drumhead or metal plate, or of a bell that is tolling. If such a body is struck, it is set vibrating, that is to say it is slightly deformed and then runs in rapid succession through a continuous series of slight deformations again and again. There is, of course, an infinite variety of ways of striking a given body, say a bell, by a hard or soft, sharp or blunt instrument, at different points or at several points at a time. This produces an infinite variety of initial deformations and accordingly a truly infinite variety of shapes of the ensuing vibration: the rapid 'succession of cinema pictures', so we might call it, which describes the vibration following on a particular initial deformation is infinitely manifold. But in every case, however complicated the actual motion is, it can be mathematically analysed as being the *superposition* of a discrete series of comparatively simple 'proper vibrations,' each of which goes on with a quite definite frequency. This discrete series of frequencies depends on the shape and on the material of the body, its density and elastic properties. It can be computed from the theory of elasticity, from which the existence and the discreteness of proper modes and proper frequencies, and the fact that any possible vibration of that body can be analysed into a superposition of them, are very easily deduced quite generally, i.e. for an elastic body of any shape whatsoever.>>

"Diese Schwierigkeit wurde durch die Quantenmechanik, insbesondere die Wellenmechanik überwunden, die eine neue Beschreibung der *Zustände* lieferte; das war genau, was in der frühesten Version der neuen Theorie, die der Wellenmechanik ungefähr ein Jahr vorausging, fehlte. Die vorher zugestandene Diskontinuität wurde nicht aufgegeben, sondern von den *Zuständen* auf etwas verschoben, was man am ehesten mit dem Gleichnis eines schwingenden Körpers (Saite, Trommelfell, Metallplatte oder Glocke) erfasst. Wird solch ein Körper angeschlagen, so kann er in einer unendlichen Vielfalt schwingen - abhängig von seiner Beschaffenheit und davon wie er angeschlagen wird: Die schnelle 'Abfolge von Filmbildern', wie wir es nennen könnten, die beschreibt wie aus einer einzelnen anfänglichen Verformung eine Schwingung folgt, ist unendlich mannigfaltig. Aber egal wie kompliziert die tatsächliche Bewegung ist, sie kann mathematisch als Überlagerung einer diskreten Reihe von vergleichsweise einfachen 'Eigenschwingungen' dargestellt werden, von denen jede mit einer ganz bestimmten Frequenz abläuft. Diese Reihe von Frequenzen hängt von den Eigenschaften des elastischen Körpers ab (und kann mit den Mitteln der Elastizitätstheorie berechnet werden)."

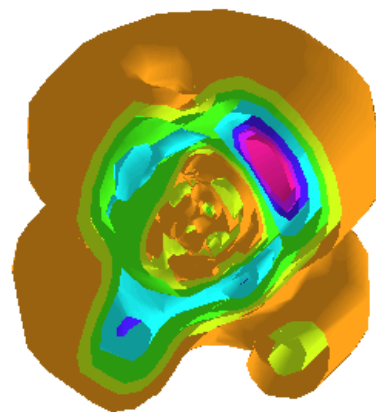
War Schrödinger Hellseher? Weshalb sah er diese Filme vor seinem geistigen Auge?

$n,l,m = 4,0,0 \leftrightarrow 5,2,1$

$n,l,m = 1,0,0 \leftrightarrow 2,1,0$



[Details](#)



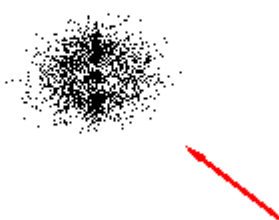
[Details](#)

Schrödinger war jedenfalls insofern Hellseher, als er die Lösungen der Schrödingergleichung berechnet hatte :-)) Und so machen wir das heute noch mit unseren Computern...

[Weitere Quantensprünge](#)

Die Bohrsche Sicht, die auch heute noch mit dem Quantensprung vermittelt wird, sieht so aus:

Der Quantensprung



Und nun?

<<The achievement of wave mechanics was, that it found a general model picture in which the 'stationary' states of Bohr's theory take the rôle of proper vibrations, and their discrete 'energy levels' the rôle of the proper frequencies of these proper vibrations ; and all this follows from the new theory, once it is accepted, as simply and neatly as in the theory of elastic bodies, which we mentioned as a simile. Moreover, the radiated frequencies, observed in the line spectra, are in the new model, equal to the *differences* of the proper frequencies; and this is easily understood, when two of them are acting simultaneously, on simple assumptions about the nature of the vibrating 'something.'>>

"Die Errungenschaft der Wellenmechanik war es, ein allgemeines Bild zu finden, in dem die 'stationären' Zustände der Bohrschen Theorie Eigenschwingungen sind und die diskreten Energien Eigenfrequenzen entsprechen. [...] Darüber hinaus sind in dem neuen Modell die abgestrahlten Frequenzen die Differenzen der Eigenfrequenzen, was man leicht verstehen kann, wenn diese Eigenschwingungen überlagert werden."

<< 3 *The Alleged Energy Balance - a Resonance Phenomenon*

But to me the following point has always seemed the most relevant, and it is the one I wish to stress here, because it has been almost obliterated - if words mean something, and if certain words now in general use are taken to mean what they say. The principle of superposition not only bridges the gaps between the 'stationary' states, and allows, nay compels us, to admit intermediate states without removing the discreteness of the 'energy levels' (because they have become proper frequencies) ; but it completely *does away with the prerogative of the stationary states*. The epithet stationary has become obsolete. Nobody who would get acquainted with wave mechanics without knowing its predecessor (the Planck-Einstein-Bohr-theory) would be inclined to think that a wave-mechanical system has a predilection for being affected by only one of its proper modes at a time. Yet this is implied by the continued use of the words 'energy levels,' 'transitions,' 'transition probabilities.'

The perseverance in this way of thinking is understandable, because the great and genuine successes of the idea of energy parcels has made it an ingrained habit to regard the product of Planck's constant h and a frequency as a bundle of energy, lost by one system and gained by another. How else should one understand the exact dove-tailing in die great 'double-entry' book-keeping in nature? I maintain that it can in all cases be understood as a resonance phenomenon. One ought at least to try, and look upon atomic frequencies just as frequencies and drop the idea of energy-parcels. I submit that the word 'energy' is at present used with two entirely different meanings, macroscopic and microscopic. Macroscopic energy is a 'quantity-concept' (Quantitätsgrösse). Microscopic energy meaning $h\nu$ is a 'quality-concept' or 'intensity-concept' (Intensitätsgrösse) it is quite proper to speak of high-grade and low-grade energy according to the value of the frequency ν . True, the macroscopic energy is, strangely enough, obtained by a certain weighted summation over the frequencies, and in this relation the constant h is operative. But this does not necessarily entail that in every single case of microscopic interaction a whole portion $h\nu$ of *macroscopic* energy is exchanged. I believe one is allowed to regard microscopic interaction as a continuous phenomenon without losing either the precious results of Planck and Einstein on the equilibrium of (macroscopic) energy between radiation and matter, or any other understanding of phenomena that the parcel-theory affords.>>

"Das angebliche Energiegleichgewicht - eine Resonanzerscheinung

Was ich hier betonen will - wenn Wörter etwas bedeuten und wenn gewisse Wörter nun im allgemeinen Gebrauch wirklich meinen was sie sagen: Das Superpositionsprinzip überbrückt nicht nur die Kluft zwischen den 'stationären' Zuständen und erlaubt Zwischenzustände ohne die Diskretheit der Energiestufen abzuschaffen, sondern es erübrigt die stationären Zustände. Niemand wäre geneigt anzunehmen, dass ein wellenmechanisches System irgend eine besondere Frequenz bevorzugt, es sei denn er ist durch die Planck-Einstein-Bohr-Theorie

vorbelastet. Dennoch wird das immer wieder durch die Wörter 'Energienstufen', 'Übergänge' und 'Übergangswahrscheinlichkeiten' impliziert."

<< The one thing which one has to accept and which is the inalienable consequence of the wave-equation as it is used in every problem, under the most various forms, is this: that the interaction between two microscopic physical systems is controlled by a peculiar law of resonance. This law requires that the *difference* of two proper frequencies of the one system be equal to the difference of two proper frequencies of the other:

$$v_1 - v_1' = v_2' - v_2 \dots (1)$$

The interaction is appropriately described as a gradual change of the amplitudes of the four proper vibrations in question.

People have kept to the habit of multiplying this equation by h and saying it means, that the first system (index 1) has dropped from the energy level hv_1 to the level hv_1' , the balance being transferred to the second system, enabling it to rise from hv_2 to hv_2' . This interpretation is obsolete. There is nothing to recommend it, and it bars the understanding of what is actually going on. It obstinately refuses to take stock of the principle of superposition, which enables us to envisage simultaneous gradual changes of any and all amplitudes without surrendering the essential discontinuity, if any, namely that of the frequencies. To be accurate we must add, that the condition of resonance, equation (1), may include three or more interacting systems. It may for example read

$$v_1 - v_1' = v_2' - v_2 + v_3' - v_3 \dots (2)$$

Moreover we may adopt the view that the two or more interacting systems are regarded as *one* system. One is then inclined to write equations (1) and (2), respectively, as follows

$$v_1 + v_2 = v_1' + v_2' \dots \dots \dots (1')$$

$$v_1 + v_2 + v_3 = v_1' + v_2' + v_3' \dots \dots (2')$$

and to state the resonance condition thus : the interaction is restricted to constituent vibrations of the *same* frequency. This is a familiar state of affairs, of old. Unfamiliar is the tacit admission that frequencies are *additive*, when two or more systems are considered as forming *one* system. It is an inevitable consequence of wave mechanics. Is it so very repugnant to common sense? If I smoke 25 cigarettes per day, and my wife smokes 10, and my daughter 12 - is not the family consumption 47 per day - on the average?>>

So einfach ist das also: Der Energieerhaltungssatz ist "in Wirklichkeit" ein Frequenzerhaltungssatz! Und wenn man die Frequenzen mit h multipliziert, kommt man von der Wellenmechanik in die Quantenmechanik...

Hören Sie Schrödingers [Credo](#) zum Quantensprung: "... nicht wirklich an ihn glaubt, sondern ersetzt durch die Resonanz zwischen Schwingungsfrequenzen". [Weitere Hörbeispiele](#)

Ein letztes Zitat:

<<4 A Typical Experiment

Jokes aside, I wish to consider some typical experiments that ostensibly force the energy parcel view upon us, and I wish to show that this is an illusion. A beam of cathode rays of uniform velocity, which can be gradually increased, is passed through sodium vapour. Behind the vessel containing the vapour the beam passes an electric field which deflects it and tells us the velocity of the particles after the passage. At the same time a spectrometer inspects the light, if any, emitted by the vapour. For small initial velocity nothing happens: no light, no change of velocity in the cathode beam. But when the initial velocity is increased beyond a sharply defined limit, two things happen. The vapour begins to glow, radiating the frequency of the first line of the 'principal series'; and the beam of cathode rays emerging from the vapour is split into two by the deflecting electric field, one indicating the initial velocity unchanged, and another slow one has 'lost an amount of energy' equal to the frequency of the said spectral line multiplied by Planck's constant h . If the velocity is further increased the story repeats itself when the incident cathode ray energy increases beyond the 'energy level' that is responsible for the second line (or rather the 'level-difference' in question) this line appears and a third beam of cathode rays with correspondingly reduced speed occurs; and so on. This was, and still is, regarded as blatant evidence of the energy parcel view.

But it is just as easily understood from the resonance point of view. A cathode ray of particles with uniform velocity is a monochromatic beam of de Broglie waves.>>

Spaß beiseite: Wie lange wird es noch dauern, bis der Quantensprung endet? Wann erinnern wir uns wieder an unseren kulturellen Hintergrund? Und an die Bedeutung der Wörter?

Zusammenfassung:

Summarising: the current view, which privileges the 'sharp energy states', is self-contradictory, anyhow in the language it uses

(what people mean, when they say something else than they mean, is difficult to guess). We found it self-contradictory in that it cannot be maintained for both the whole and the parts; we are left to choose and to apply the privilege the way it is most convenient. We found a minor inconsistency in the apparently innocent statement that two systems (both of sharply defined energy) approach each other and collide. This seems a little less obnoxious, because it can be evaded by saying : Oh well, we do not mean really quite sharp. Some may consider this point a rather gratuitous nagging. I wonder whether in actual collision problems it is entirely irrelevant.

© 07.07.2005, 13.11.2011

Fortsetzung:

[Are There Quantum Jumps? Part II](#)

The British Journal for the Philosophy of Science, 3, (1952), 233-242 [B 12]

[More quantum jumps!](#)

'[Moderne Physik mit Maple](#)'

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Are There Quantum Jumps?

Part II

In [Are There Quantumjumps? Part I](#) zeigt Schrödinger, dass es keine Quantensprünge gibt. Im zweiten Teil beschäftigt er sich vor allem noch einmal mit dem "kulturellen Hintergrund":

Are There Quantum Jumps? Part II

E. Schrödinger

The British Journal for the Philosophy of Science, 3, (1952), 233-242 [B 12]

ARE THERE QUANTUM JUMPS?

PART II

E. SCHRÖDINGER

7 *The Cultural Background, Again*

It might be maintained that the case I am making in this essay is quite irrelevant. It might be said that the 'privilege' is not meant seriously, that I am naïvely taking it at its face value. We may, so my opponent might continue, use the pure energy states of *any* system; just take our choice so that they are convenient to handle analytically. Any state of any system may be regarded as some superposition of some or all of its proper modes (= pure energy states). One may deal with them separately, *as if* the system was in one of them; the several results, duly superposed, will then tell us what would come of their superposition, if we really want to know. Perhaps my supposed opponent would even grant that he is using just a convenient shorthand, the same as in chemistry and statistical thermodynamics; but he would maintain that this is perfectly admissible also for investigating a single event of interaction between micro-systems.

Mit dem 'Privileg' sind die "stationären Zustände" mit scharfer Energie gemeint, die es eben so wenig gibt wie den Quantensprung. Sie sind nur eine wichtige Rechenhilfe, wenn man (wie es Schrödinger als erster selbst tat) Zustände von Atomen analytisch (mit mathematischen Funktionen) beschreiben will. In Wirklichkeit hält sich ein Atom nur vorübergehend in diesen "stationären Zuständen" auf und geht je nach "Lebensdauer eines Zustands" recht schnell in den stabilen Grundzustand (niedrigste Energie) über (wenn man von metastabilen Zuständen absieht). Beim Übergang befindet es sich aber nicht für die Lebensdauer im angeregten (energetisch höheren) Zustand und springt dann in den niedrigeren Zustand, sondern es befindet sich in einer Überlagerung der beiden (oder mehrerer) Zustände. Die stationären oder privilegierten Zustände sind also nur eine bequeme Abkürzung (in der Sprechweise mancher Physiker). Diese bequeme Abkürzung hat aber für das Verständnis der Physik durch "Nichtphysiker" fatale Folgen:

To this I have two answers, referring to two very different points. The first is this. Even if this shorthand were admissible for the micro-event, we have to keep in mind that physicists are not the only people interested in physics and in the outcome of theoretical research in physics. Those results that are tenable and will survive are destined, eventually, to be absorbed into our world picture and to become part and parcel thereof. A great many of our educated contemporaries, not equipped with the mathematical apparatus to follow our more technical deliveries, are yet deeply concerned with many general questions; one of the most stirring among them certainly is whether actually *natura facit saltus* or no. Whatever abbreviated language we physicists may find convenient to use among ourselves, we ought to be aware of the dilemmas that justly and duly interest others; we must be careful not to veil or distort them by indulging in loose speech. It is this point that I had in mind in my general historical introduction.

Die abkürzende Sprechweise hat (bis heute!) überlebt und bei vielen ein neues Weltbild geprägt: Seit wir die Quantenphysik entdeckt haben macht die Natur Sprünge (*natura facit saltus*) - in loose speech!

Science is not a soliloquy. It gains value only within its cultural milieu, only by having contact with all those who are now, and who in future will be, engaged in promoting spiritual culture and knowledge. The extant scientific papers of Archimedes, the dialogues and discourses of Galileo, are still of genuine interest in our day, and not only to philologists, but to many scientists. Would it mean setting ourselves too high and too proud a goal, if we occasionally thought of what will have become of our scientific papers 2,000 years hence? Science will have changed entirely. Will there be anybody to grasp our meaning, as we grasp the meaning of Archimedes?

Nun ja - in 2000 Jahren wird der Quantensprung wohl zu Ende gesprungen sein! Hier ist noch eine interessante Passage:

It may be asked: what difference does this make? Could it be tested by experiment?—The main difference is that it is reasonable, while it is unreasonable to admit a sharp count N of objects that avowedly lack individuality.¹ Secondly, this is the obvious way of registering the fact, that we *never* experiment with just *one* electron or atom or (small) molecule. In thought-experiments we sometimes assume that we do; this invariably entails ridiculous consequences as, e.g. that a spherical de Broglie wave, which is supposed to represent 'one' electron, moving in an 'unknown' direction, suddenly collapses into a small wave parcel, when 'that' electron is detected at a definite spot. Nothing of the sort happens if the number 'one' is not ascertained, but may as well be zero or two or three. Even better: the certain detection of one does not reduce the expectation of a second or third, it leaves it unchanged, according to generally accepted principles of statistics. And, I do not regret to say, we sorely need those spherical waves as realities (not merely as expressing our lack of knowledge), if we wish to account, e.g. for G. P. Thomson's beautiful experiments on the interference patterns of de Broglie waves, diffracted by crystals; and the same in many, many other cases.

Aus den Gedankenexperimenten sind nach 60 Jahren reale Experimente geworden: Man kann nicht erst heute (2012) sehr wohl mit einzelnen Elektronen und Atomen experimentieren (Stichwort: [Paulifalle](#)). Aber auch bei diesen Experimenten hat man keinen Kollaps gefunden, sondern ist inzwischen in der Lage "Filme im Mikrokosmos zu drehen", die einen kontinuierlichen Ablauf des Geschehens zeigen. Der Rekord liegt derzeit bei einer Auflösung von Zeptosekunden (10^{-21} s). Aber wir wollen es Schrödinger nicht übel nehmen, dass er bei seiner Argumentation eine Anleihe bei der "statistischen Interpretation" seiner Opponenten gemacht hat, die ja auch stimmt, wenn es um Mittelwerte geht...

© 20.11.2011

Siehe auch

[Are There Quantum Jumps? Part I](#)

[More quantum jumps!](#)

'Moderne Physik mit Maple'

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

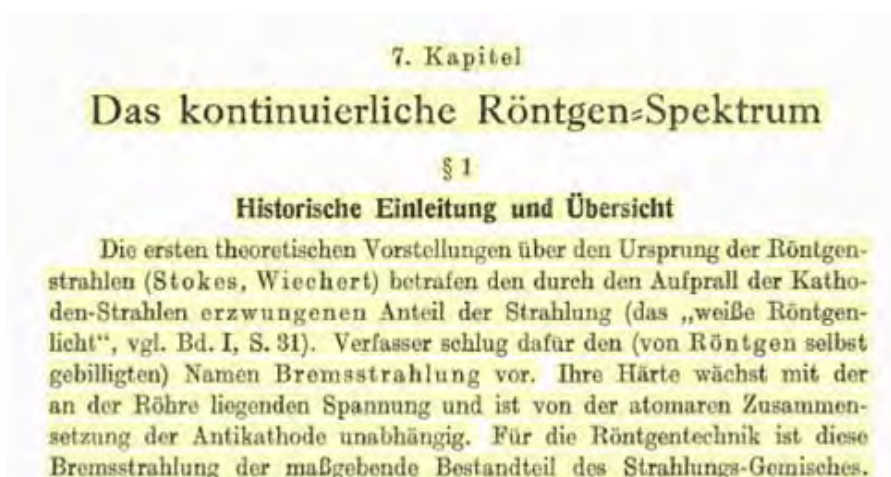
[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Über die Ursprünge des Quantensprungs

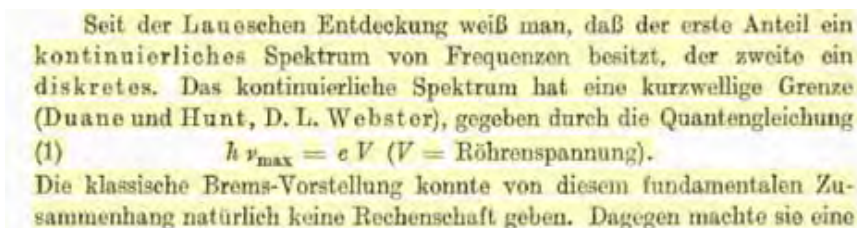
Wie auch große Geister im Dunkeln tapfen, wenn Experimente etwas völlig Neues ans Tageslicht bringen...

Zitate (gelb) aus Arnold Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien II. Band, S. 495 ff., Vieweg & Sohn 1967



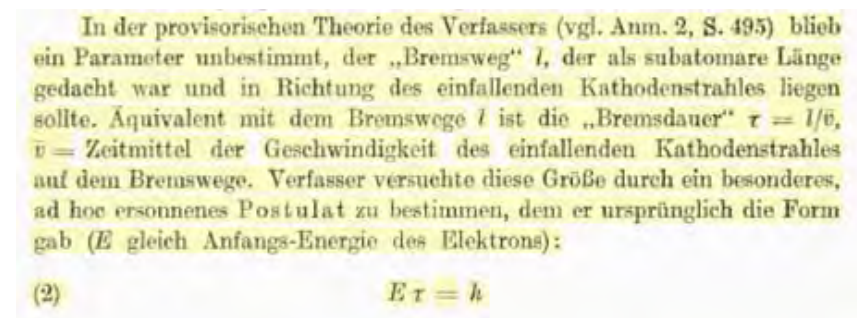
Vorweg eine Anmerkung zum Begriff "Bremsstrahlung" (klassische Beschreibung): Ein freies Elektron wird beim Vorbeiflug am Atomkern bis zum Scheitel der Hyperbelbahn (Perihel) beschleunigt und dann wieder abgebremst. Verliert es dabei insgesamt keine Energie, so wird es elastisch gestreut und ändert nur seine Richtung ("[Rutherfordstreuung](#)"). Dies ist der weitaus häufigste Prozess, der aber hier nicht gemeint ist. Bremsstrahlung bedeutet, dass das Elektron Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung abgibt, also nach dem "inelastischen Stoß" langsamer ist als vorher.

Vor etwa 100 Jahren (1911) waren die theoretischen Physiker mit einem Problem konfrontiert, das sich nicht mit der klassischen Elektrodynamik lösen ließ: Eigentlich müsste eine einmalig beschleunigte (gebremste) Ladung (Kathoden-Strahlen = Elektronen) ein kontinuierliches Spektrum (= weißes Röntgenlicht) elektromagnetischer Wellen abstrahlen, in dem beliebig hohe Frequenzen vorkommen. Aber das Spektrum der Bremsstrahlung hat eine "kurzwellige Grenze", bzw. eine maximale Frequenz, für die eine "Quantengleichung" gilt:



Das ist ja auch vernünftig, denn mehr als die kinetische Energie des Elektrons kann bei der Bremsung nicht abgestrahlt werden. Das Problem ist nur: Warum gibt es eine obere Schranke für die *Frequenz* der Strahlung?

"Der Verfasser" (= Sommerfeld) entwarf eine provisorische Theorie:



Mit diesem "ad hoc ersonnenen Postulat" erhielt Sommerfeld auch die richtige Größenordnung der abgestrahlten Intensität der Bremsstrahlung, aber das Problem der kurzwelligen Grenze war damit nicht gelöst. Auch Einsteins Vorschlag, "das Quantenmäßige in die Strahlung zu verlegen", führte nicht zum Erfolg:

Als Verfasser diese Ansätze auf dem ersten Solvay-Kongreß (1911) vortrug, machte Einstein dazu eine interessante Bemerkung: Er schlug als Alternative vor, das Quantenmäßige in die Strahlung zu verlegen und den Bremsprozeß unbestimmt zu lassen [während bei der vorstehenden Rechnung umgekehrt das Quantenmäßige in den Atomprozeß gelegt war, Gl. (2), und die Strahlung klassisch gelassen war, Gl. (3)]. Man kann z. B. mit Einstein den Bremsprozeß als plötzlich annehmen, also das nebenstehende Bild benutzen. Dasselbe liefert, in einem beliebigen Zeitintervall T nach Fourier entwickelt:

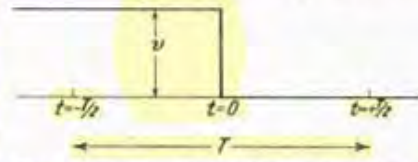


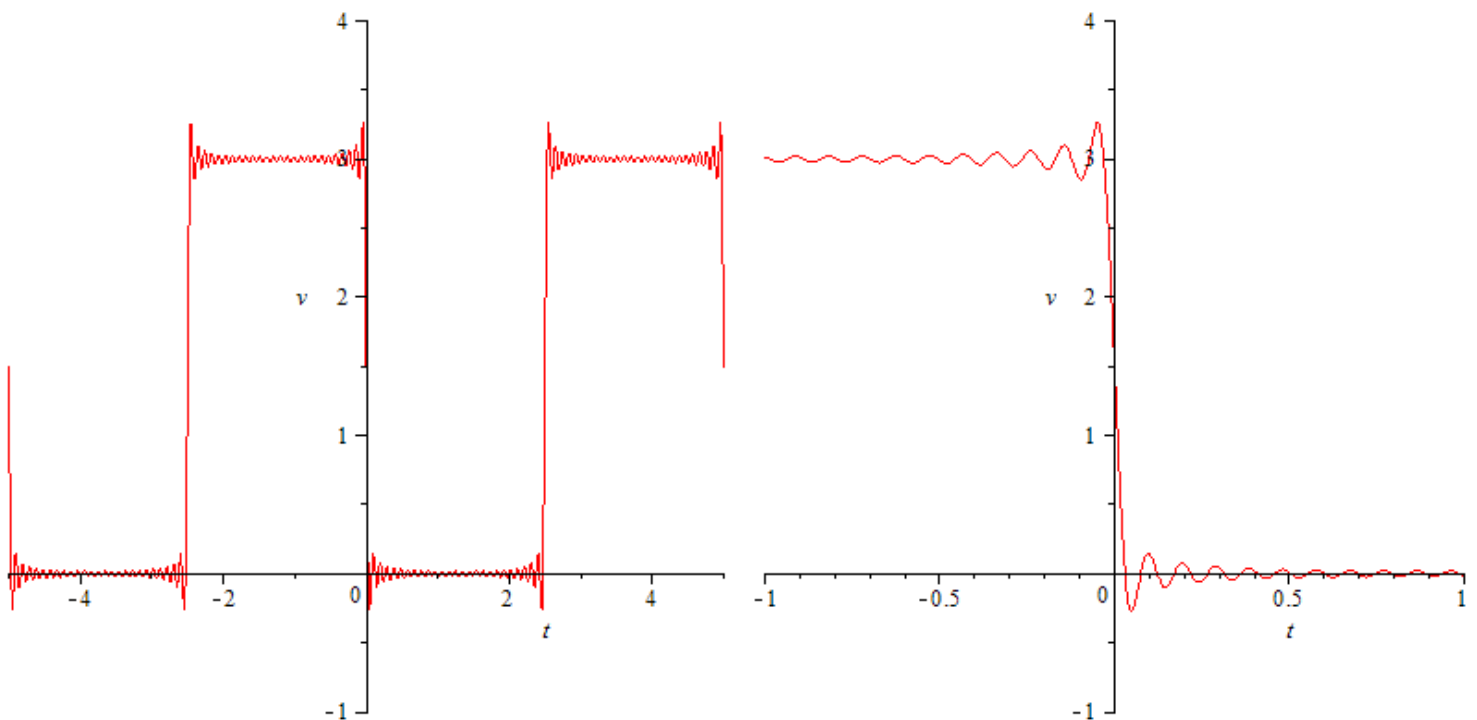
Fig. 29. Fourier-Entwicklung eines plötzlichen Brems-Prozesses nach Einstein.

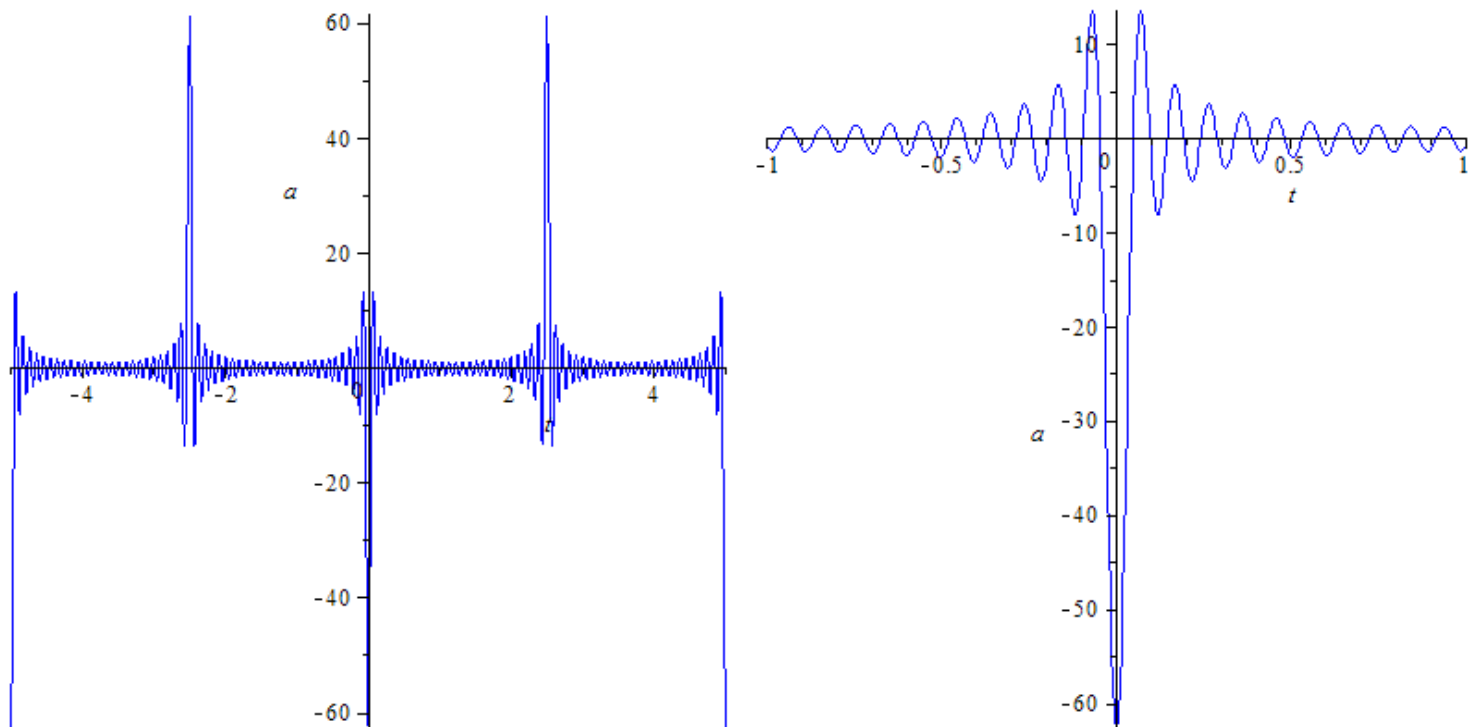
$$(4) \quad v(t) = \frac{v}{2} - \frac{2v}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{1}{n} \sin \frac{2\pi n t}{T}.$$

Daraus folgt durch Differentiation nach t eine offenbar divergente Reihe. Einstein schneidet sie zum Zwecke der Strahlungs-Berechnung bei einem gewissen Gliede $n = N$ ab und schreibt

$$(4a) \quad \dot{v}(t) = -\frac{4v}{T} \sum_{n=1,3,\dots,N} \cos \frac{2\pi n t}{T},$$

Das ist auch nicht verwunderlich, denn eine "plötzliche Abbremsung" (also ein Sprung der Geschwindigkeit von v auf 0) bedingt eine unendliche Beschleunigung, also eine divergente Reihe für die Beschleunigung. Man muss sich vielmehr wundern, wie Einstein solch ein "spukhaftes Verfahren" vorschlagen konnte. Damit würden die Geschwindigkeit $v(t)$ (rot) und die Beschleunigung $a(t)$ (blau) etwa so aussehen:





Für die Darstellung wurde $T = 5$ (passende Einheit) und $N = 50$ (siehe unten) gewählt. Im Zoom der rechten Spalte sieht man, dass das einer maximalen Frequenz von 10 (passende Einheit) entspricht.

Abgesehen davon, dass eine Fourier-Reihe (diskrete Frequenzen) immer einen periodischen Vorgang und nicht eine einmalige Bremsung beschreibt, ist Einsteins Vorschlag in sich widersprüchlich:

indem er annimmt, daß die höheren Glieder $n > N$ nichts zur Strahlung beitragen.

Die Grenze N wird nun folgendermaßen bestimmt: Ersichtlich ist die Schwingungszahl ν des einzelnen Fourier-Gliedes gegeben durch

(4b)
$$\nu = \frac{n}{T}.$$

Die maximale Schwingungszahl, die bei der Anfangs-Energie E zur Verfügung steht, sei bestimmt durch das Quanten-Postulat

(4c)
$$E = h \nu_{\max}.$$

Diesem ν_{\max} entspricht nach (4b) ein n_{\max} , welches eben die fragliche Grenze N liefert, nämlich

(4d)
$$N = \frac{E}{h} T.$$

Wenn man eine Rechtecksfunktion ("plötzlichen Sprung") durch eine Fourierreihe approximieren will, benötigt man beliebig hohe Frequenzen, was auch durch Einsteins Annahme, dass "Reihenglieder nichts zur Strahlung beitragen", nicht zu beheben ist, wenn man "das beliebige Zeitintervall T " beliebig groß wählt.

Deshalb schreibt Sommerfeld auch:

Wir haben diese etwas kühne Einsteinsche Methode des Abschneidens hier angeführt, weil sie das erste Beispiel ist für ein Verfahren, welches seitdem — in Ermangelung von etwas Besserem — immer dann angewendet wird, wenn man auf divergente Ausdrücke geführt wird (insbesondere in der Diracschen Theorie der negativen Energie-Niveaus, vgl. Kap. IV, S. 313 (von Pauli gelegentlich etwas abschätzig als „Subtraktions-Physik“ bezeichnet). —

Man sollte also die 100 Jahre alten "ad hoc Quanten-Postulate", die "kühnen Methoden", die "Verfahren in Ermangelung von etwas Besserem", die "Subtraktionsphysik" und den Quantensprung nicht immer wieder aus der Mottenkiste holen, zumal den großen Geistern schon damals klar war, dass man eine neue Theorie benötigt. Sie hieß damals Wellenmechanik:

Wellenmechanisch wird der Anfangszustand des Systems dargestellt durch eine aus dem Unendlichen kommende, unendlich ausgebreitete ebene Welle, die an dem Coulomb-Felde des Kerns gestreut wird. Die Frage, ob das Atom von dem Elektron zentral oder peripher getroffen wird, tritt gar nicht auf. Alle individuellen Möglichkeiten des Zusammenstoßes werden in einem einheitlichen Wellenbild zusammengefaßt.

Ebenso wird der Endzustand, in dem das Elektron mit verringerter Geschwindigkeit das Atom verläßt, durch eine ebene Welle beschrieben, ebenfalls gebeugt am Atomkern. Die Fortschrittrichtung der Welle, d. i. die Richtung des austretenden Elektrons, bleibt unbestimmt; jede Richtung ist a priori gleich wahrscheinlich mit jeder anderen.

Um nun die Intensität der Ausstrahlung beim Übergang aus dem Anfangs- in den Endzustand zu berechnen, hat man nur die zugehörigen Wellenfunktionen nach dem Formalismus des Matrix-Elementes zu kombinieren. Über die Art des Überganges braucht dabei nichts vorausgesetzt zu werden, ebensowenig wie in der Theorie der Linienspektren der Übergang aus dem Anfangs- in den Endzustand spezifiziert zu werden braucht.

Der Unterschied dieser wellenmechanischen Methode gegenüber der klassisch-korrespondenzmäßigen springt in die Augen: Bei letzterer haben wir eine Ausstrahlung, die aus der jeweils herrschenden Geschwindigkeitsänderung längs der klassischen Bahn (einer Hyperbel) kausal bestimmt ist, bei ersterer dagegen genügt die Gegenüberstellung von Anfangs- und Endzustand, wobei der Ursprung der Strahlung im Dunkeln bleibt. Man beachte insbesondere auch folgendes: Im Matrixelement wird über den ganzen

In dieser Theorie gibt es keine klassischen Bahnen, sondern nur Zustände, die der deterministischen Schrödingergleichung gehorchen. Im vorliegenden Fall (Bremsstrahlung, kontinuierliches Spektrum) sehen diese Zustände etwa so aus: [Bremsstrahlung](#).

Die Wellenmechanik (oder allgemeiner die Quantentheorie) "stellt diese Zustände gegenüber", d.h., man berechnet durch die Projektion des Anfangszustands auf den Endzustand (Matrixelement) die Wahrscheinlichkeit für einen Übergang, wobei der Ursprung der Strahlung im Dunkeln bleibt! (So gesehen ist also die Quantentheorie eine phänomenologische Theorie ;-).

Im Falle eines diskreten Spektrums sehen die Zustände etwa so aus: "[Atombau und Spektrallinien](#)".

In beiden Fällen - kontinuierliches oder diskretes Spektrum - gilt: Die Frequenz der Strahlung ist gleich der Differenzfrequenz der Anfangs- und Endzustände, also der "Frequenzerhaltungssatz". Wenn also der Endzustand die Frequenz 0 hat ("im Unendlichen ruhendes Elektron"), dann hat die Strahlung die maximale Frequenz (oder gesamte Energie) des Anfangszustandes. Interessant dabei ist - sehr verkürzt gesagt -, dass sich die Differenzfrequenz durch die Überlagerung (mathematisch: Betragsquadrat der Summe) der Zustände ergibt und die Übergangswahrscheinlichkeit durch die Projektion (mathematisch: Skalarprodukt).

Aber bis heute sagt die Quantentheorie nichts über den zeitlichen (oder gar kausalen) Ablauf des Übergangs aus und man lebt mit diesem unbefriedigenden Zustand, nämlich den "zwei Dynamiken":

1. Die Zustände (und ihre Überlagerung) entwickeln sich deterministisch.
2. Bei einer "Messung", also der Feststellung, dass ein Übergang stattgefunden hat, "kollabieren die Zustände" - stochastisch.

Wobei die zweite "Dynamik" eigentlich von niemandem ernst genommen wird. Es gibt nicht einmal eine Gleichung dafür und Feynman nennt den "Kollaps" eines Zustandes "a nightmare". In Ermangelung von etwas Besserem postuliert man aber manchmal noch heute, dass die Änderung plötzlich erfolgt: Bohrs Postulate haben wirklich eine spukhafte Fernwirkung über 100 Jahre!

Mit aktuellen Experimenten (2011) ist man allerdings in der Lage, die Bewegung von Elektronen in immer kürzeren Zeitintervallen zu verfolgen. Die Zeitauflösung wird derzeit von Attosekunden auf Zeptosekunden geschraubt. Und bis heute hat noch niemand einen Quantensprung oder einen Kollaps in Null Sekunden beobachtet!

Siehe auch:

- Sommerfeld, [kommentiertes Original](#)
- Schrödinger: [Are there quantum jumps?](#)
- [Korrespondenzprinzip](#)
- [Elementarprozesse der Bremsstrahlungserzeugung](#)
- [Moderne Physik](#) mit Maple

[HOME](#)

[Projekte](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

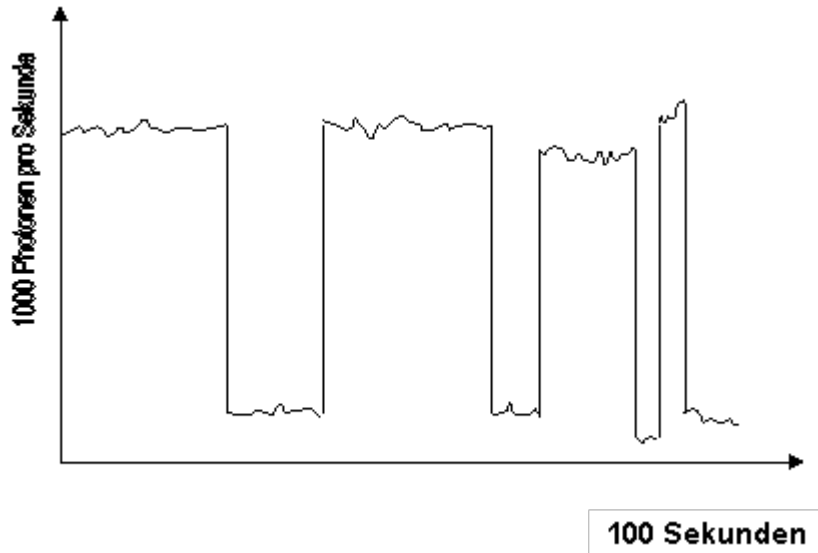
[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Nicht aufgelöste Quantensprünge

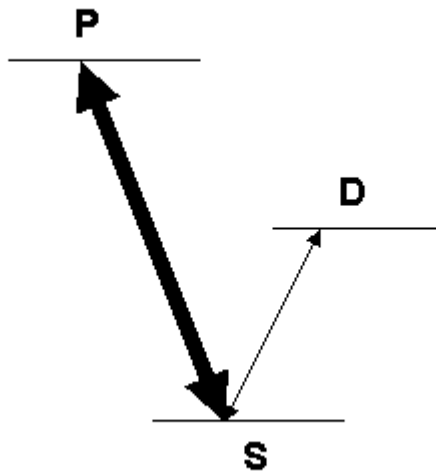
In den 80er Jahren des letzten Jahrhunderts hat man gelernt, mit einzelnen Atomen und Ionen zu experimentieren (nicht nur damals höchste Experimentierkunst! -> [Paul-Falle](#)) und hat etwa folgende Signale der Resonanzfluoreszenz aufgenommen (Prinzipiskizze):



Aus den scheinbar sprunghaften Änderungen des Signals (symbolisiert durch die senkrechten Geradenstücke) schloss man auf den direkten Nachweis von "Quantensprüngen" eines einzelnen Atoms (Ions). Eine sehr mutige Extrapolation bei etwa 10 "Quantensprüngen" in 100 Sekunden! Abgesehen davon, dass es nicht nur experimentell sondern auch theoretisch unmöglich ist, eine Zeitmessung mit unendlich hoher Genauigkeit zu machen (ein Sprung dauert nun einmal nur 0.0 Sekunden und das ist zu scharf für die Energie-Zeit-Unschärferelation, weil dann die Energie der nachgewiesenen Photonen beliebige Werte annehmen müsste): Die Schwingungsdauer von Licht ist etwa eine Femtosekunde. Wenn man "Quantensprünge" vernünftig auflösen will, muss man mit einer Auflösung von Attosekunden arbeiten, was auch in modernen Experimenten geschieht. Dennoch sind die Experimente der "ersten Generation" sehr interessant:

Wie funktionieren diese Experimente?

Man nimmt sich ein Atom mit V-Konfiguration. Vom "Grundzustand" S gibt es einen starken Dipolübergang zum P-Zustand (kurze Lebensdauer), der in Resonanzfluoreszenz beobachtet wird und obiges Signal erzeugt. Wäre dies der einzige Übergang, so würde man eine in etwa konstante Zählrate der Photonen (in obiger Darstellung 1000/sec) beobachten.



Daneben gibt es aber auch noch einen schwachen Quadrupolübergang von S nach D (lange Lebensdauer). Durch Einstrahlung passender Photonen kann man diesen Übergang induzieren und das Elektron im Zustand D für längere Zeit parken (-> Dehmelt, "shelved electron"). Natürlich erlischt dann das Fluoreszenzsignal (Dunkelphasen) und setzt erst wieder ein, wenn das Elektron von D nach S zurückkehrt. Und weil das in obigem Zeitmaßstab (Sekunden) wie ein Sprung aussieht, schloss man wohl etwas voreilig auf den experimentellen Nachweis von "Quantensprüngen", die "sich instantan (also mit einer Dauer von 0.0sec) ereignen".

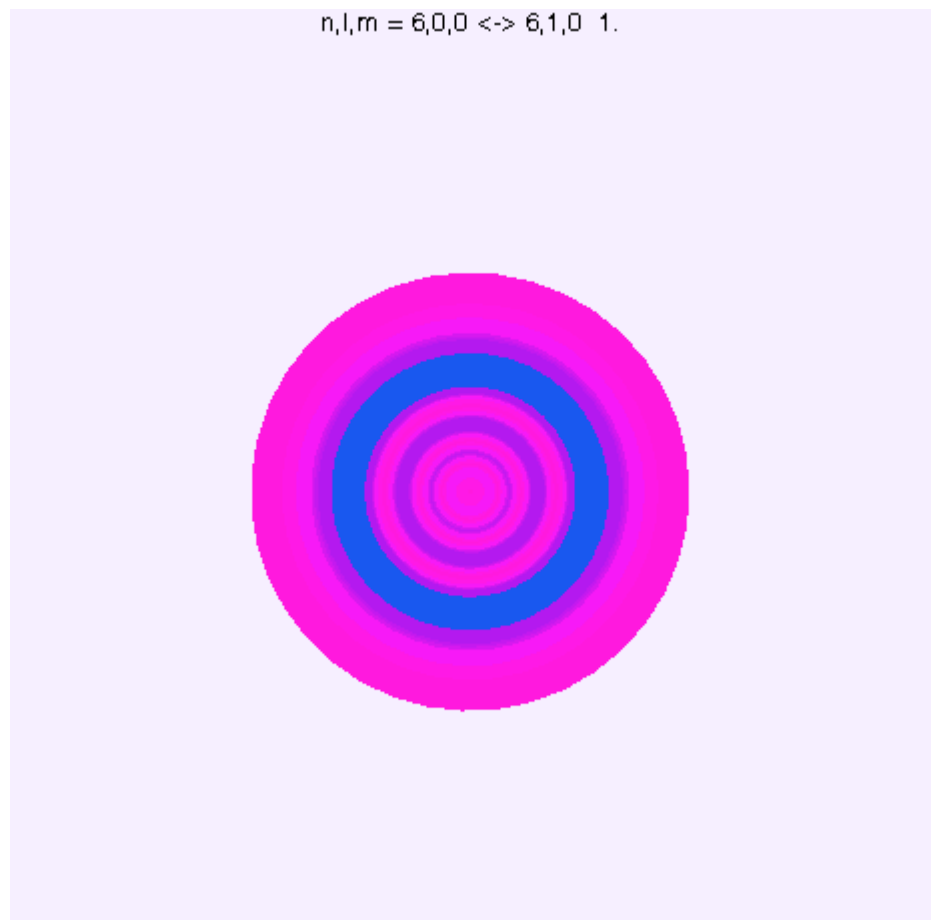
Was spielt sich tatsächlich ab?

Alle Animationen wurden mit der zeitabhängigen Schrödingergleichung berechnet (H-Atom):

Der Übergang vom kugelsymmetrischen S-Zustand zur Dipolverteilung P sieht so aus (nebenstehende Animation). Die 100 Bilder des Films wurden dabei mit einem extremen Zeitraffer berechnet: In Wirklichkeit macht das Atom weit über 10^{15} Schwingungen, wenn es von S nach P übergeht. Dabei ändert sich das Gewicht des Grundzustandes von 1 nach 0 (laufende Zahlen). (Durch die Wiederholung des Films scheint das Atom in den Grundzustand zurückzuspringen - aber keine Sorge, das hat noch niemand beobachtet ;-))

Der aufmerksame Beobachter stellt fest, dass die Kugelsymmetrie der S-Verteilung recht schnell verschwindet: Es genügt schon eine kleine Beimischung ($\ll 1\%$) des P-Zustandes.

Der Übergang vom kugelsymmetrischen S-Zustand zur Quadrupolverteilung D sieht so aus (nebenstehende Animation). Die 100 Bilder des Films wurden dabei mit einem extremen Zeitraffer berechnet: In Wirklichkeit



macht das Atom weit über 10^{15} Schwingungen, wenn es von S nach D übergeht (deshalb laufen Atomuhren auch so genau ;-)). Dabei ändert sich das Gewicht des Grundzustandes von 1 nach 0 (laufende Zahlen). (Durch die Wiederholung des Films scheint das Atom in den Grundzustand zurückzuspringen - aber keine Sorge, das hat noch niemand beobachtet ;-))

Der aufmerksame Beobachter stellt fest, dass die Kugelsymmetrie der S-Verteilung recht schnell verschwindet: Es genügt schon eine kleine Beimischung ($\ll 1\%$) des D-Zustandes.

Das bedeutet auch, dass schon nach kurzer Zeit (ein paar Femtosekunden) die Ladungsverteilung im Atom ganz anders aussieht als beim S-P-Übergang. Ein Photon, das mit einem Dipolübergang in diesem Atom unterkommen will, hat keine Chance mehr! Natürlich kann man dies nicht mit Messungen, die über ein paar Millisekunden mitteln, nachweisen.

Die obigen 2D-Darstellungen zeigen nur einen Schnitt durch die Komplexität der Dynamik eines atomaren Übergangs. Wir können versuchen, eine Dimension weiterzukommen. Allerdings wird bei der 3D-Darstellung die Rechnung etwas aufwändiger, deshalb begnügen wir uns mit 20 Bildern.

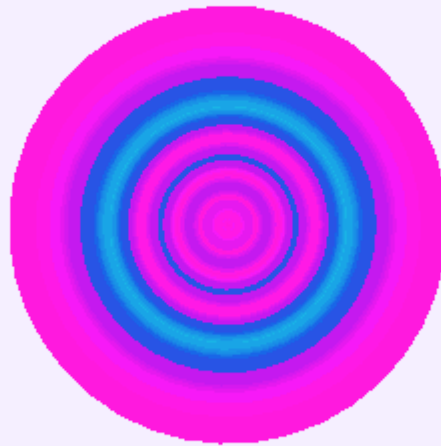
Aber auch mit dieser geringen Auflösung sieht man recht deutlich wie schnell ein Atom, das sich auf den Weg zu einer Quadrupolverteilung gemacht hat, für ein "Dipolphoton" unsichtbar wird. Wobei hier nicht berücksichtigt wurden:

Spin, Feinstruktur, Hyperfeinstruktur, und andere QED-Effekte...

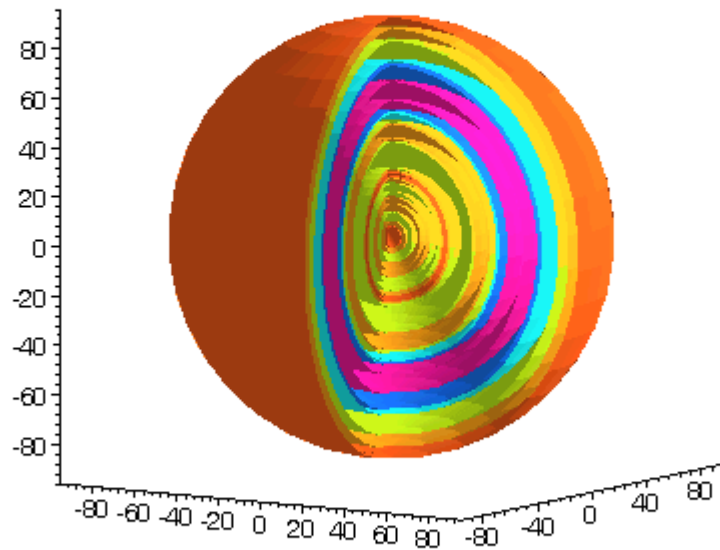
In other words:

Stellen Sie sich vor Sie wären ein Photon und hätten von der ewigen Raserei mit Lichtgeschwindigkeit genug. Wo unterkommen (ob Sie dabei endgültig Ihre Individualität verlieren, wollen wir hier nicht diskutieren)? Am besten nimmt man dafür ein naheliegendes Atom-Motel mit Kugelsymmetrie, denn dort kommt man immer und aus allen Richtungen unter. Wenn Sie allerdings ein Dipolphoton sind und zuvor ein Quadrupolgast auch nur leise angeklopft hat, haben Sie Pech gehabt, weil dann Ihr Schlüssel

$n,l,m = 6,0,0 \leftrightarrow 6,2,1$



$$n,l,m = 6,0,0 \leftrightarrow 7,2,1 \quad 1.$$



schlagartig nicht mehr passt. Dann können Sie nur noch aus der Ferne (etwa 300000km) zusehen wie sich das Quadrupolphoton gemütlich in seinem Bett ausbreitet.

- siehe auch [Quantensprung in Zeitlupe](#)
[Übergänge eines Wasserstoffatoms](#)
- Literatur (Einstiegspunkte):
 - EXPERIMENTS WITH AN ISOLATED SUBATOMIC PARTICLE AT REST
Nobel Lecture, December 8, 1989
by
HANS G. DEHMELT
Department of Physics, University of Washington, Seattle, WA 98195, USA
 - QUANTUM MECHANICS WITH ONE, TWO, AND MANY ATOMS
W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger,
and D. J. Wineland
Time and Frequency Division, National Institute of Standards and Technology
Boulder, Colorado, 80303 U.S.A.
 - Monitoring the Dipole-Dipole Interaction via Quantum Jumps of Individual Atoms
C. Skornia†, J.von Zanthier, G.S. Agarwal‡, E. Werner†, H. Walther
Max-Planck-Institut für Quantenoptik and Sektion Physik der LMU München, D-85748 Garching, Germany
† Institut für Theoretische Physik, Universität Regensburg, D-93040 Regensburg, Germany
‡ Physical Research Laboratory, Navrangpura, Ahmedabad-380 009, India
(June 7, 2005)

- Looking at the photodynamics of individual fluorescent molecules and proteins*
M. F. García-Parajó†, J.-A. Veerman, L. Kuipers, and N. F. van Hulst
Applied Optics Group, Faculty of Applied Physics, MESA+ Research Institute,
University of Twente, P.O. Box 217, 7500 AE Enschede, The Netherlands
- Observational line broadening and the duration of a quantum jump
L S Schulman
Physics Department, Clarkson University, Potsdam, NY 13699-5820, USA
- Continuous generation of single photons with controlled waveform in an ion-trap cavity system
Matthias Keller¹, Birgit Lange¹, Kazuhiro Hayasaka², Wolfgang Lange¹
& Herbert Walther^{1,3}
¹ Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Hans-Kopfermann-Strasse 1,
85748 Garching, Germany
² National Institute of Information and Communications Technology, 588-2
Iwaoka, Nishi-ku, Kobe 651-2492, Japan
³ Sektion Physik der Universität München, Am Coulombwall 1, 85748 Garching, Germany
- Links: <http://www.physnet.uni-hamburg.de/ilp/toschek/ionen.html> (nicht mehr zu erreichen)
Phys. Rev. Lett. 57, 1696 (1986): Observation of Quantum Jumps: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.57.1696>

'Moderne Physik mit Maple'

[HOME](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

[HOME](#)[Fächer](#)[Physik](#)[Elektrizität](#)[Optik](#)[Atomphysik](#)[Quantenphysik](#)

Hier können Sie Übergänge eines Atoms (Wasserstoff) studieren: $n'l m \leftrightarrow n'l'm'$.

In allen Animationen sind 10 Schwingungen für die Absorption und anschließend 10 Schwingungen für die Emission der passenden elektromagnetischen Strahlung (Photon) in 80 Bildern dargestellt.

Zur groben Orientierung: Ändert sich der Bahndrehimpuls l um 1, so entsteht Dipolstrahlung; eine Änderung von l um 2 bedeutet Quadrupolstrahlung;...

Das schwingende Atom (genauer: die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons?) ist zweidimensional dargestellt (Schnittebene zum Azimut 0), die Strahlungscharakteristik dreidimensional.

Mit jedem Link wird ein neues Fenster geöffnet, das links das schwingende Atom zeigt und rechts die Strahlungscharakteristik.

[100 <-> 210](#)[100 <-> 211](#)[100 <-> 310](#)[100 <-> 311](#)[100 <-> 320](#)[100 <-> 321](#)[100 <-> 322](#)[200 <-> 310](#)[200 <-> 311](#)[200 <-> 320](#)[200 <-> 321](#)[200 <-> 322](#)[210 <-> 320](#)[210 <-> 321](#)[210 <-> 322](#)[211 <-> 320](#)[211 <-> 321](#)[211 <-> 322](#)

...

[400 <-> 510](#)[400 <-> 511](#)[400 <-> 521](#)

...

[410 <-> 520](#)

...

[430 <-> 542](#)

Ein paar Anmerkungen für Theoretiker und Techniker:

- Für die Animationen der Übergänge wurden gewichtete Wasserstoffeigenfunktionen (also die bekannten geschlossenen Lösungen) zu den jeweiligen Quantenzahlen überlagert (Nebenbedingung: Summe der Quadrate der Gewichte = 1). Die Berechnung einer 2D-Animationen dauert mit Maple 9.5 etwa 2 Minuten (40 x 40 Gitterpunkte) und erzeugt eine Datei mit etwa 2MB. Die Dateien wurden anschließend als animated gif exportiert und auf Web-freundliche Größe komprimiert, wodurch die ursprünglich hohe Auflösung verloren geht und Nebeneffekte (grauer Hintergrund und weiße Zonen) auftreten. Mehr Information (z.B. die Rotation der Dichteverteilung) liefern [dreidimensionale Darstellungen](#), die in Maple auch interaktiv bearbeitet werden können.
- Strahlungscharakteristik: siehe [Multipolstrahlung](#).
- [Are there quantum jumps?](#)

'Moderne Physik mit Maple'

[HOME](#)[Fächer](#)[Physik](#)[Elektrizität](#)[Optik](#)[Atomphysik](#)[Quantenphysik](#)[Top](#)

Energieröstromung bei der Absorption eines Photons

- ganz klassisch -

Im Ursprung befindet sich ein "punktförmiger" Hertzscher Dipol (z.B. ein Atom) mit einem Dipolmoment in Richtung der z-Achse (vertikal, geeignet normiert). Von links (negative x-Achse, geeignet normiert) kommt eine in z-Richtung polarisierte ebene Welle. Dipol und einfallende Welle schwingen in Phase.

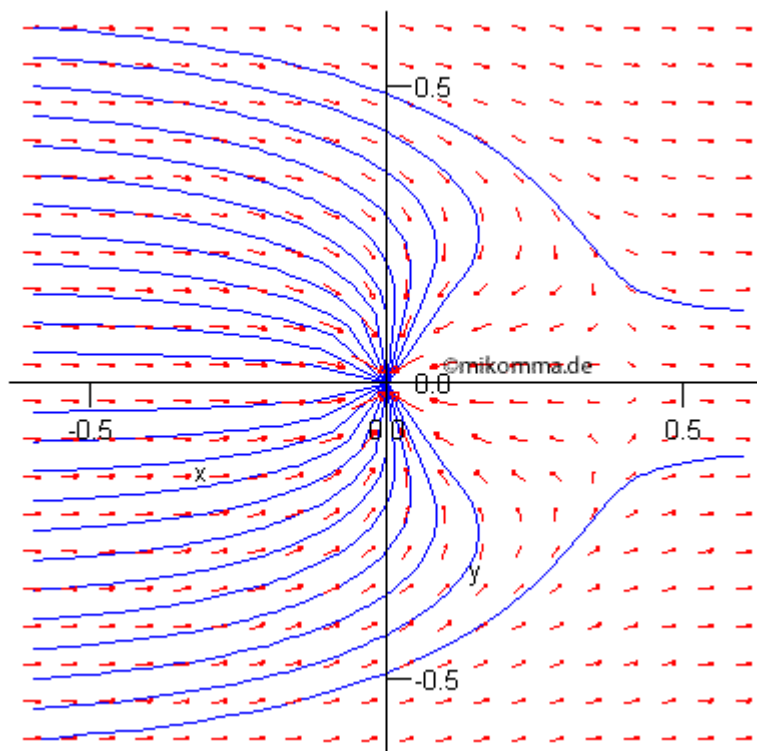
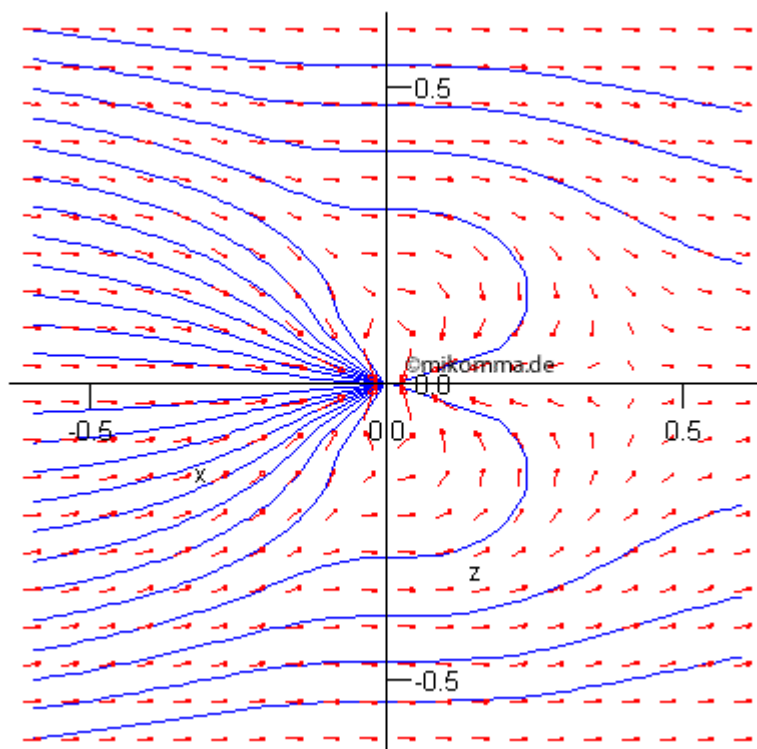
Wie geht die Energie der einfallenden Strahlung auf den Dipol (die Antenne, das Atom) über?

In der klassischen Physik berechnet man dazu den Poynting-Vektor (zeitlich gemittelt). Das zugehörige Vektorfeld ist durch die Pfeile dargestellt (Pfeillänge in logarithmischem Maßstab wegen der Singularität im Ursprung). Die Flusslinien der Energieröstromung erhält man durch Integration der zugehörigen Differentialgleichungen (numerisch mit Maple).

Dass die einströmende Energie vor dem Atom auf das Atom fokussiert wird, erwartet man intuitiv. Erstaunlich ist aber die Erkenntnis, dass es auch hinter dem Atom noch einen Bereich gibt, in dem die Flusslinien zum Atom zurückkehren.

Das vorangehende Bild zeigt einen Schnitt in der x-z-Ebene.

In der x-y-Ebene saugt das Atom noch mehr Energie aus der einfallenden Strahlung, hat einen noch größeren (differentiellen) Wirkungsquerschnitt.



Die räumliche Darstellung der Energieröstromung ist nicht ganz einfach. Wir versuchen es zunächst mit einer Flusslinie. Mit der linken Maustaste kann das Bild gedreht werden. Mit der rechten Maustaste können weitere Optionen eingestellt werden... [3D-Flusslinie zeigen](#)

Noch mehr Flusslinien gefällig? Kein Problem - alles nur eine Frage der Perspektive oder der passenden [Maustaste](#).

Aber wie findet nun das Photon seinen Weg ins Atom?

- Nach Paul H., Fischer R., Light Absorption by a Dipole, Usp. fiz. nauk 141, 375 (1983)
- Berechnung der Bilder mit Maple, Export nach HTML mit JavaView.

['Moderne Physik mit Maple'](#)

[HOME](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

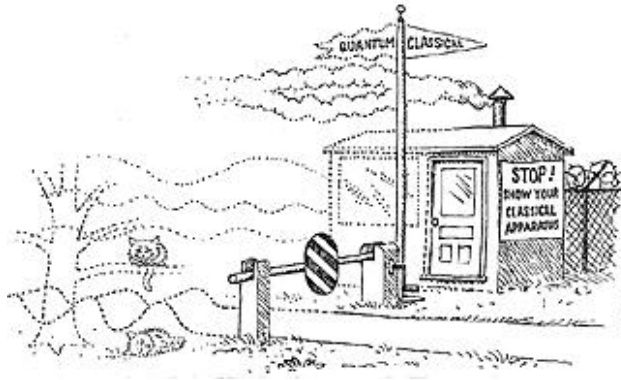
[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

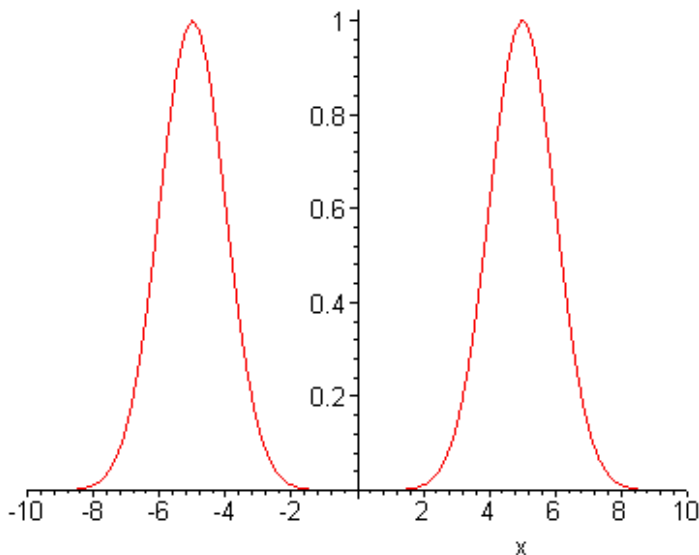
Von der Quantenwelt in die klassische Welt - oder umgekehrt?



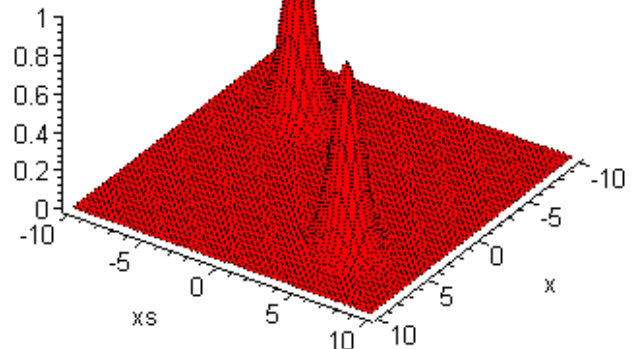
STOP! Show your classical apparatus. [Copyright](#)

Frei nach W.H. Zurek, Decoherence and the transition from quantum to classical, Physics Today, October 1991

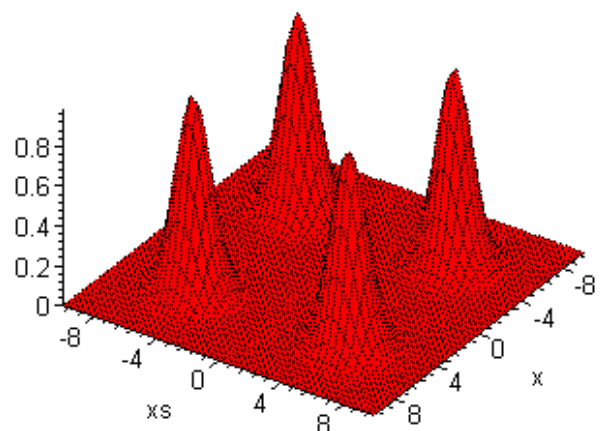
Wenn man nicht genau weiß, wo sich ein Teilchen aufhält, beschreibt man es meistens durch eine Gauß-Kurve. Und wenn es zwei Möglichkeiten gibt, wo das Teilchen am wahrscheinlichsten anzutreffen ist, nimmt man zwei Gaußkurven:



Geht man mit dieser Beschreibung in den Phasenraum für die zwei Möglichkeiten (x, xs) , so sieht das in der klassischen Welt so aus: Zwei Gauß-Glocken auf der Diagonalen $x = xs$ (Dichtematrix).

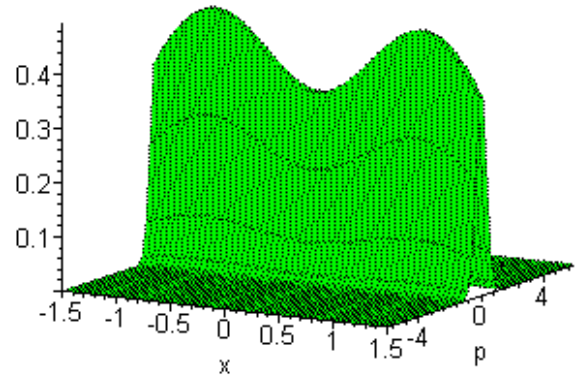
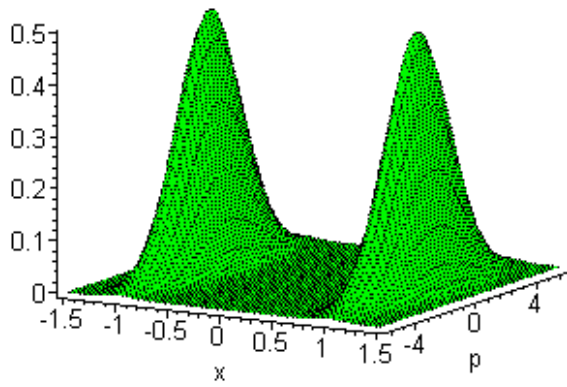


In der Quantenwelt kommen noch zwei Glocken dazu, die auf der Nebendiagonale liegen: Das Teilchen interferiert mit sich selbst. Allerdings kann es das in der klassischen Welt meistens nicht lange, weil die Kohärenz zerfällt.



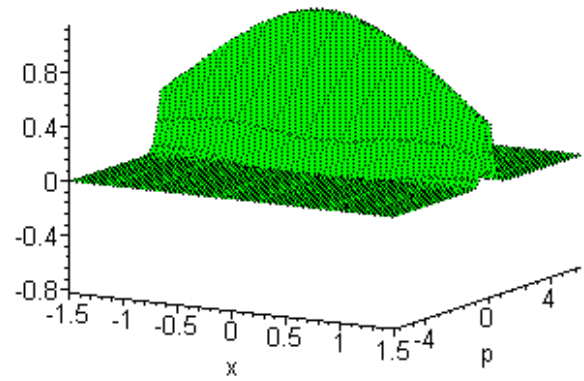
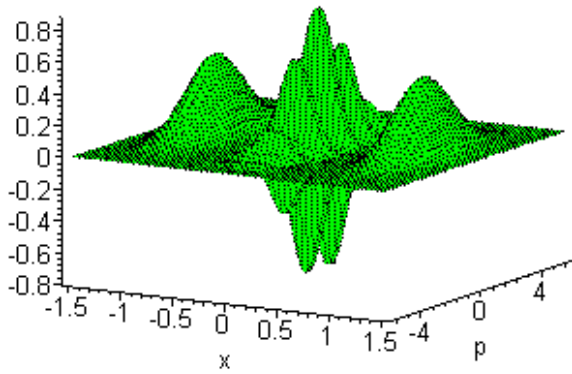
Es gibt noch andere Phasenräume, zum Beispiel (x, p) . In der klassischen Welt kann man die Breiten dx und dp der Wigner-Verteilungen beliebig vorgeben.

In der Quantenwelt gilt [dx*dp > h > 0](#)



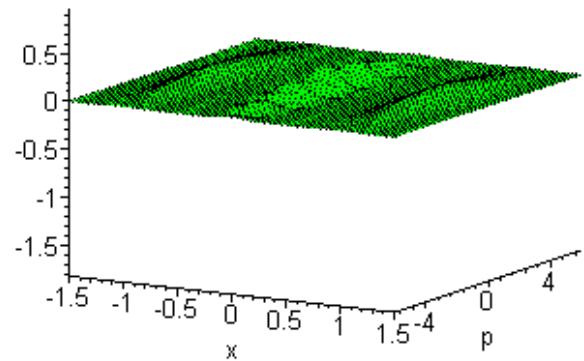
Aber die Quantenwelt hat noch mehr Überraschungen parat: Die Zustände interferieren!

Egal wie gut man das Teilchen lokalisiert - es interferiert:



Und wenn man nun \hbar beliebig klein macht? Dann sollte man doch von der Quantenwelt in die klassische Welt kommen und diese Interferenzen los werden?

Sieht nicht so aus: Die Unschärfe wird kleiner, aber die Interferenz wird größer...



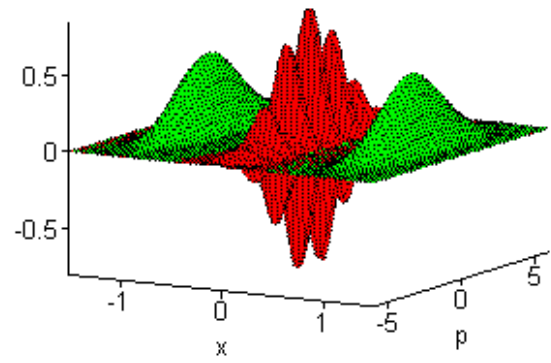
How long does it take?

Aber die Natur sorgt selbst dafür, dass wir unsere klassische Welt wahrnehmen - meistens jedenfalls. Schon bei recht kleinen Massen verschwindet die Interferenz bei

Quantendiffusion

Raumtemperatur sehr schnell: Dekohärenz der Wellenfunktion.

['Moderne Physik mit Maple'](#)



[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Hier finden Sie alles zum Quantensprung!
Ergebnis einer Google-Suche mit "site:mikomma.de
quantensprung"

[Quantensprung](#)

Der Quantensprung. Man redet heute oft vom Quantensprung. Vor allem Politiker und Esoteriker wollen damit sagen, dass es sich dabei um etwas ganz Besonderes ...

www.mikomma.de/fh/hydrod/h71.html

[Quantensprung](#)

Weshalb Redner und Werbeagenturen trotzdem immer wieder den Quantensprung missbrauchen, z.B.: "So einen Sprung nach vorn gab es noch nie. ...

www.mikomma.de/fh/hydrod/quantenspr.htm

[Quantensprung in Zeitlupe](#)

Und wo ist nun der Quantensprung geblieben? (Der Programmierer hat es so eingerichtet, dass er nicht stattfindet ; -)). Weitere Quantensprünge ...

www.mikomma.de/fh/hydrod/hydoszi.htm

[Quantensprung](#)

7. Juni 2005 ... Nicht aufgelöste Quantensprünge. In den 80er Jahren des letzten Jahrhunderts hat man gelernt, mit einzelnen Atomen und Ionen zu ...

www.mikomma.de/fh/hydrod/qsp/dehmelt.htm

[Quantensprung und Strahlung](#)

Hier können Sie Übergänge eines Atoms (Wasserstoff) studieren: $n'l'm \leftrightarrow n'l'm'$. In allen Animationen sind 10 Schwingungen für die Absorption und anschließend ...

www.mikomma.de/fh/hydrod/qsp/ueberg.htm

[Quantensprung](#)

Der EZB-Präsident fordert jetzt "einen Quantensprung in der gegenseitigen Überwachung der Wirtschaftspolitik in Europa". << ...

www.mikomma.de/trichet.htm

[What is a photon?](#)

Das bedeutet einfach: Das Atom konnte seinen "Quantensprung" nicht zu Ende springen, weil das bei diesem "Quantensprung" abgestrahlte Photon vorher

zurück ...

www.mikomma.de/photon/photon1.html

[Inhalt](#)

Quantensprung Zitate · Schrödingergleichung ·
qph3htm/qph3a-Dateien/filelist.xml · qph3htm/qph3a-
Dateien/oledata.mso · qph3htm/zustandsgl.mws ...

www.mikomma.de/inhalt.htm

[Korrespondenzprinzip](#)

Nur beim Übergang von einer Bahn zur anderen soll
die Strahlung in einem spontanen Emissionsakt
(Einsteins "Quantensprung") als Photon abgegeben
oder ...

www.mikomma.de/orbitals/korresp.htm

[Atomphysik](#)

H-Orbitals II (statistische Interpretation). H-Orbitals
III (Details). Quantensprung in Zeitlupe · Übergänge
eines H-Atoms (ohne Quantensprung!) ...

www.mikomma.de/fh/atom/atomph.htm

[Physik](#)

H-Orbitals III (Details). Elektrofluid (Strömungen im
H-Atom) ! NEU. Quantensprung · Quantensprung in
Zeitlupe · Quantensprung und Strahlung ...

www.mikomma.de/fh/physik.html

[Bremsstrahlung](#)

Der Quantensprung dauert im Prinzip ewig lang.
Mindestens so lange bis das Elektron den Kern
passiert hat (von $-\infty$ bis $+\infty$:-)) ...

www.mikomma.de/brems/brems.htm

[Planck](#)

Der Übergang von einer Bahn zur anderen geschieht
im Bohrschen Atommodell mit einem Quantensprung,
bei dem ein Photon (elektromagnetische Strahlung) ...

www.mikomma.de/planck/planck1.html

[Quantum Jumps](#)

Die Bohrsche Sicht, die auch heute noch mit dem
Quantensprung vermittelt Hören Sie Schrödingers
Credo zum Quantensprung: "... nicht wirklich an ihn

...

www.mikomma.de/schroe/quantumjumps.htm

[Korrespondenzprinzip](#)

Wenn man den Übergang eines Systems nicht mit dem ominösen Quantensprung überspringt, sondern seine Dynamik mit Hilfe der Schrödingergleichung darstellt, ...

www.mikomma.de/orbitals/korresp3.htm

[Laptop zum Spicken](#)

Dabei hat sich der Quantensprung fast unbemerkt vollzogen, so als hätten die Beteiligten noch Angst vor der eigenen Courage. Bilanz ziehen wollen die ...

www.mikomma.de/ltopzeit.htm

[Multipole](#)

aber bitte das Copyright nicht vergessen :-)).

Verwandte Themen: H-Orbitals · Quantensprung · Moderne Physik mit Maple ...

www.mikomma.de/fh/eldy/multi/multi.html

[H-Orbitals](#)

... sich auch die Strahlungscharakteristik der Übergänge. [Maple Plot]. Verwandte Themen: Multipolstrahlung · Quantensprung. Aus Moderne Physik mit Maple ...

www.mikomma.de/orbitals/orbitalb.htm

[H-Orbitals statistisch](#)

Der Quantensprung. H-Orbitals aus 'Moderne Physik mit Maple'. HOME · Fächer · Physik · Elektrizität ...

www.mikomma.de/fh/hydrod/hydrodens.html

[Aristoteles](#)

... Sprung möglich sei (und heute meinen manche, die von Quantenphysik offensichtlich überhaupt keine Ahnung haben, es ginge auch mit einem Quantensprung). ...

www.mikomma.de/didaktik/aridid/aridid.htm

[Leistungskurs Abitur 2001, in 13 zusammen mit Grundkurs \(Aufsetzer ...](#)

Quantensprung. (Vgl. Lecherleitung – HD). Glossar: Quantenzahlen, Plancksches Wirkungsquantum, schwarzer Körper, ... (Erzählstunde) ...

www.mikomma.de/ugangkomweb.htm

Fortbildung zur Quantenphysik an Gymnasien

Oberschulamt Tübingen 2002/3

Auf diesen Seiten werden Materialien und Informationen zur Fortbildung bereitgestellt.

Aktuelle Information zum 3. Fortbildungstag

Termine:

25. März 03: Ulm, Schubart-Gymnasium

2. April 03: Markdorf

10. April 03: Hechingen

Programm:

9.00 - 10.00 Uhr: Dr. Komma: Mathematische Behandlung der Schrödingergleichung

- Material: [Manuskript mit weiteren Links](#) zur Mathematik und Simulationen

10.00 - 10.30 Uhr: Kaffeepause

10.30 - 12.30 Uhr: Dr. Haug, Renner, Schich: Lehrgänge zur Schrödingergleichung

- Material:
 - Dr. Haug: [Präsentation](#) | [Manuskript](#) | [Simulation](#)
 - Renner: [Präsentation](#) | [Manuskript](#) | [Simulation](#)

12.30 - 14.00 Uhr: Mittagspause

14.00 - 15.00 Uhr: Dr. Haug, Renner, Schich: Lehrgänge zur Schrödingergleichung

15.00 - 15.30 Uhr: Kaffeepause

15.30 - 16.30 Uhr: Götz, Dr. Haug, Dr. Komma, Renner, Schich: Workshop: Aufgaben zur Quantenphysik und Atomphysik

16.30 - 17.00 Uhr: Abschlussdiskussion

[Programm der gesamten Fortbildung](#)

Erste Runde (Sommer 2002) [Programm](#)

- Einführung
 - Überblick über neuere Experimente: [Onlinepräsentation](#) (mit der linken Maustaste kommt man immer weiter :-)) | Download [PPT](#)
 - EPR-Paradoxon und Bellsche Ungleichung: [PDE](#)

- Quantencomputer: [Onlinepräsentation](#) | Download [PPT](#) | [Handreichung](#)
- Quantenkryptologie: [Onlinepräsentation](#) | Download [PPT](#) | [Handreichung](#)

- Zeigerkonzept
 - Überblick: Präsentation und Folien [gezippt](#)
 - [Zeiger mit Maple](#). Mit zwei kleinen Dateien (und Maple) können Sie mühelos alle erdenklichen Cornu-Spiralen erzeugen. Download einer [Prozedur](#) und des [Worksheets](#) (das die Prozedur einliest und ausführt).
 - Weitere Worksheets zur [Physik mit Maple](#)

- „Münchener Konzept“ - ein Unterrichtsgang aus Bayern
 - Überblick: [HTML](#) | [Word](#)
 - Doppelspaltexperiment: [Handreichung](#)
 - Interferometer (Quantenradierer): [Handreichung](#)
 - [Simulationsprogramme](#)
 - [Quelle im Internet](#)

Zweite Runde (Herbst 2002)

Lehrgänge zur Quantenphysik:

- Konzept von Dorn-Bader (H.-P. Götz)
- Von der klassischen Physik zur Quantenphysik (M. Komma): [Word](#) | [HTML](#) (wird laufend aktualisiert).
- Konzept aus Rheinland-Pfalz (M. Renner). Gepackte Materialien: [PPT](#) | [Word](#) | [Taylor-Experiment](#) (Originalartikel)

2. Fortbildungstag für die

- Teilnehmer an der Quantenphysik-Fortbildung in Markdorf (10. Juli 2002):
Termin: Dienstag, 17. September 2002
Ort: Uni Konstanz, Gebäude P, Ebene 6, Raum P 602
Zeit: 9.00 Uhr - 16.45 Uhr
- Teilnehmer an der Quantenphysik-Fortbildung in Hechingen (2. Juli 2002):
Termin: Freitag, 11. Oktober 2002
Ort: Uni Tübingen, Hörsaalzentrum Morgenstelle, Hörsaal N3
Zeit: 9.00 Uhr - 16.30 Uhr
- Teilnehmer an der Quantenphysik-Fortbildung in Ulm (4. Juli 2002):
Termin: Dienstag, 15. Oktober 2002
Ort: Uni Ulm, Treffpunkt: Gebäude O 27, Eingang zum Hörsaal H 20 (wird eventuell noch geändert)
Zeit: 9.00 Uhr - 16.30 Uhr
 - [Anfahrt zur Uni Ulm](#)

Kommunikation

- [Diskussionsforum zur Fortbildung](#) bei [Lernen mit Topic Maps](#)

- Newsgroup de.sci.physik: [Google-Archiv](#) | [Bohrsches Atommodell](#).

[Home](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

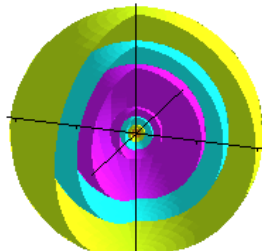
[Quantenphysik](#)

[Top](#)

H-Orbitals

© 2002 Michael Komma

Berechnung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Wasserstoffelektrons für verschiedene Quantenzahlen. (Auszug aus einem Maple-Worksheet, bzw. Maplet.)



$[n,l,m]=[1, 0, 0]$

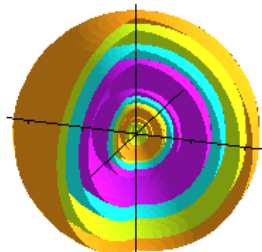
Der Grundzustand: $n = 1, l = 0, m = 0$

Für alle Darstellungen wurden vier Dichten ausgewählt (die Dichte fällt von violett nach gelb/rot). Um die räumliche Darstellung zu verbessern, wurden "die Elektronenschalen beleuchtet".

Im Maple-Worksheet können die Dichten in ihrer Anzahl, Farbe und Beleuchtung variiert werden. Selbstverständlich kann man dort auch die gesamte Darstellung interaktiv mit der Maus in alle Richtungen drehen und die Winkel für den Ausschnitt vorgeben.

Aber was sieht man hier überhaupt? Im Grundzustand findet man das Elektron eines H-Atoms am ehesten dort, 'wo es violett ist' - also auf den Kugelschalen im violetten Bereich. Die mittlere Entfernung vom Kern (Proton - punktförmig im Ursprung) ist der Bohrsche Radius.

Die nachfolgenden Darstellungen sind jeweils so skaliert, dass der Bohrsche Radius bei einem Drittel des gesamten Bereichs liegt.

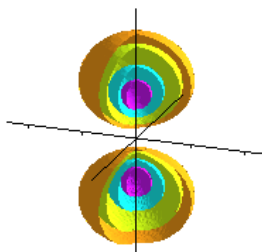


$[n,l,m]=[2, 0, 0]$

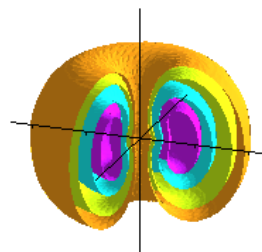
Der erste angeregte Zustand: $n = 2, l = 0, m = 0$

Der Bohrsche Radius ist proportional zum Quadrat der Hauptquantenzahl n , d.h., im Vergleich zum Grundzustand haben die 'violetten Schalen' nun den vierfachen Radius. Die Verteilung ist für die Drehimpulsquantenzahl $l = 0$ und die magnetische Quantenzahl $m = 0$ wieder kugelsymmetrisch, aber in Kernnähe gibt es ein zweites Maximum der Dichte (grün).

Die nächsten beiden Orbitale sind nicht mehr kugelsymmetrisch, weil der Bahndrehimpuls von Null verschieden ist, wodurch eine Symmetrieachse festgelegt wird. Die ringförmige Verteilung für $[n,l,m] = [2,1,1]$ entspricht am ehesten der klassischen Vorstellung eines Orbitals.



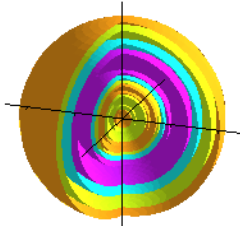
$[n,l,m]=[2, 1, 0]$



$[n,l,m]=[2, 1, 1]$

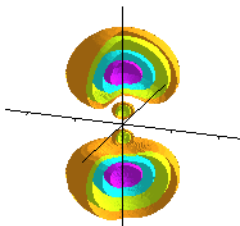
Aus diesen Zuständen kann das H-Atom in den Grundzustand übergehen.

Dabei sendet es [Dipolstrahlung](#) aus (bzw. ein dazu [passendes Photon](#) :-))

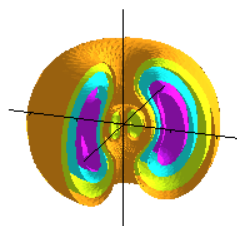


$[n, l, m] = [3, 0, 0]$

Das Atom ist nun neunmal so groß wie im Grundzustand und in Kernnähe bildet sich ein drittes Maximum der Dichte: Schalenmodell :-))

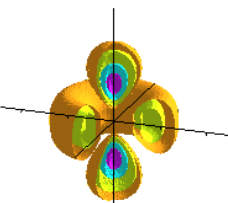


$[n, l, m] = [3, 1, 0]$

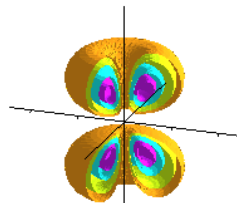


$[n, l, m] = [3, 1, 1]$

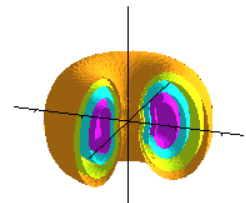
Wieder gibt es Dipolmomente und -übergänge, aber nun kommen auch Quadrupolverteilungen hinzu (s.u.):



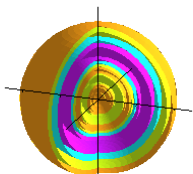
$[n, l, m] = [3, 2, 0]$



$[n, l, m] = [3, 2, 1]$



$[n, l, m] = [3, 2, 2]$

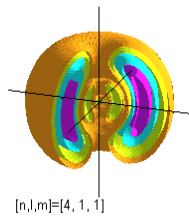
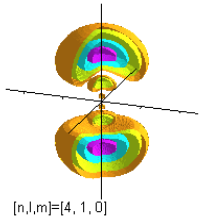


$[n, l, m] = [4, 0, 0]$

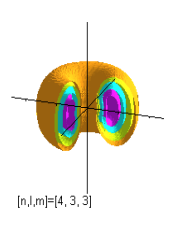
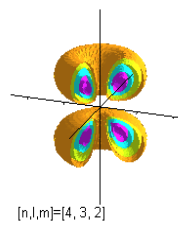
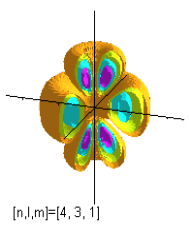
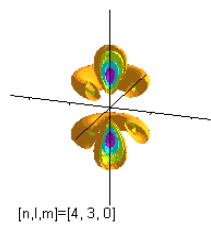
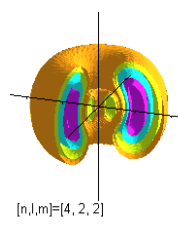
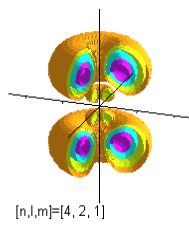
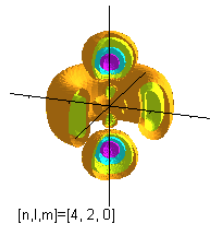
Wie groß ist das Atom nun?

Und die Multipolordnung wird höher und höher...

Dadurch ändert sich auch die [Strahlungscharakteristik](#) der



Übergänge.



Verwandte Themen:

[Multipolstrahlung](#)

[Quantensprung](#)

Aus [Moderne Physik mit Maple](#)

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

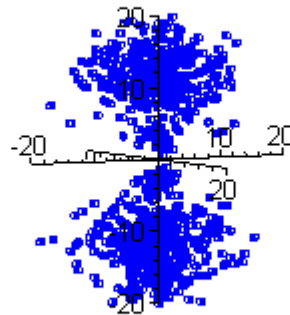
[Top](#)

H-Orbitale in der statistischen Interpretation:

Hier finden Sie zunächst ein paar Skizzen. Das Inhaltsverzeichnis am Ende der Seite führt zu weiteren Experimenten mit dem H-Atom am Computer...

Man kann mit Maple leicht eine Punkteverteilung (Elektronenverteilung) erzeugen, deren Dichte der Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Elektrons im H-Atom entspricht (oder in anderen Atomen).

Hier ein Beispiel für $n = 3, l = m = 0$:

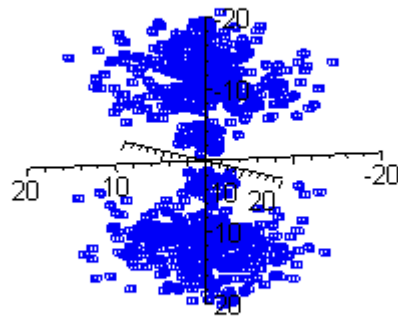


So kann man mehrere Elektronenwolken (zu einem Zustand) als Momentaufnahmen erzeugen:

```
> for k to 5 do
> wolke.k:=NULL:
> for i to azp do
w1:=winkel[1+trunc(zuf()/100*(azw-1))]:
w2:=evalf(zuf()/100*2*Pi):
wolke.k:=wolke.k,[punkte[i]*cos(w2)*sin(w1),punkte[i]*sin(w2)*sin(w1),punkte[i]*cos(w1)]:
od:
p.k:=pointplot3d([wolke.k],axes=normal,color=blue,symbol=box,scaling=constrained,view=[-20..20,-20..20,-20..20]):
od:
```

Und als Film ablaufen lassen

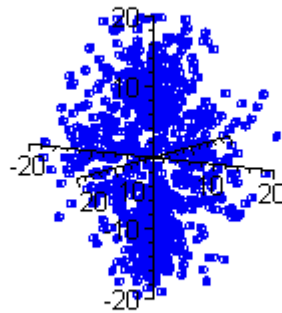
```
> display([seq(p.l,l=1..5)],insequence=true);
```



Wir ändern die Drehimpulsquantenzahl:

```
> l:=2;
```

$l=2$



```
> for k to 5 do
```

```
> wolke.k:=NULL:
```

```
> for i to azp do
```

```
w1:=winkel[1+trunc(zuf()/100*(azw-1))];
```

```
w2:=evalf(zuf()/100*2*Pi):
```

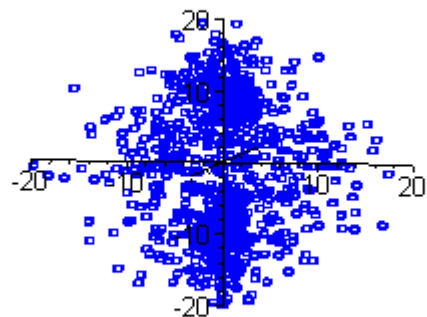
```
wolke.k:=wolke.k,[punkte[i]*cos(w2)*sin(w1),punkte[i]*sin(w2)*sin(w1),punkte[i]*cos(w1)];
```

```
od:
```

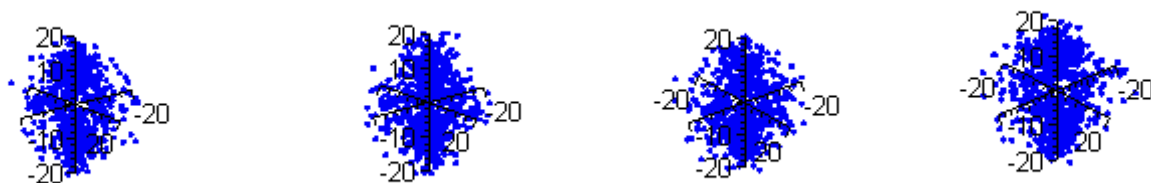
```
p.k:=pointplot3d([wolke.k],axes=normal,color=blue,symbol=box,scaling=constrained,view=[-20..20,-20..20,-20..20]);
```

```
od:
```

```
> display([seq(p.l,l=1..5)],insequence=true);
```

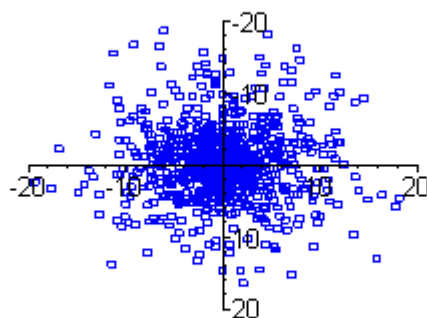


Vier Momentaufnahmen stehend:



Eine Momentaufnahme in verschiedenen Orientierungen:

```
> display(seq(display(p1,orientation=[i^2/10,10*i]),i=0..35),insequence=true);
```



More Hydrogen!

- Die [Formel](#)
- Neue [Parameter](#)
- Alle Zustände zu $n = 3$
 - Im [Einzelnen und zusammen](#)

- Von [verschiedenen Seiten](#)
- Als [Film](#)
- Der [Quantensprung](#)

H-Orbitals aus '[Moderne Physik mit Maple](#)'

komma@oe.uni-tuebingen.de

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Unschärfe?

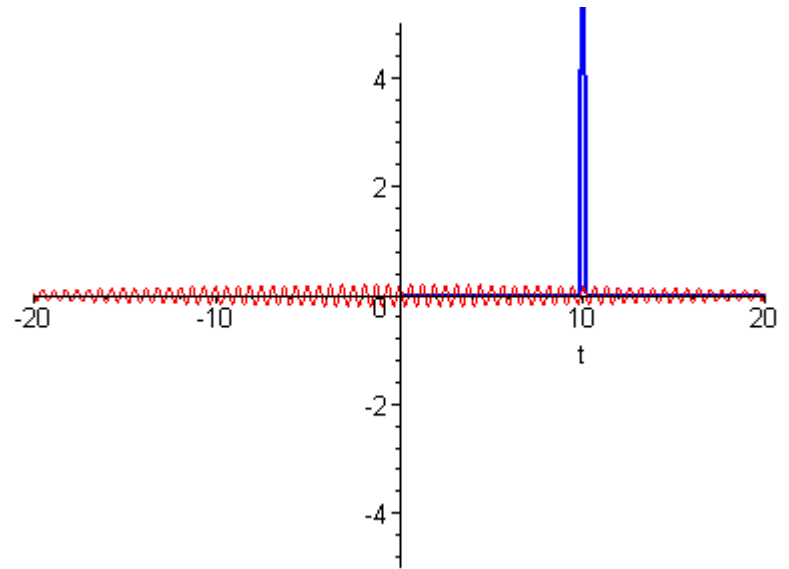
Die blaue Kurve zeigt die Frequenzspektren, die rote den zeitlichen Verlauf der Schwingung. Das Produkt der Varianzen der beiden Verteilungen ist konstant.

Siehe auch:

[Fouriertransformation mit Maple.](#)

[FFT mit Maple](#)

[Moderne Physik mit Maple](#)



Bohms Quantenpotential

Ist die Welt deterministisch? Herrscht unter den Elementarteilchen das Chaos? Wird alles unscharf, wenn man es genau betrachtet?

Das sind Fragen, die nicht nur die Physiker sondern auch die Philosophen immer wieder bewegen - und uns alle.

Vielleicht gelingt eines Tages eine Antwort, wenn man es gelernt hat, die Physik richtig zu *interpretieren*. Die Gleichungen dafür gibt es schon relativ lange. Wenn man z.B. die Schrödingergleichung für den Doppelspalt aufstellt, erhält man folgende Lösung (Psi-Funktion):

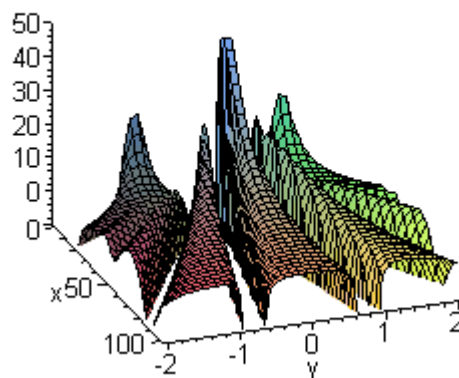
$$\psi = e^{\left(\frac{1}{2} I a \left(\frac{x_0^2}{t_0} + \frac{x^2}{t} \right) + \frac{1}{2} I a \left(\frac{y_0^2}{t_0} + \frac{y^2}{t} \right) + \frac{1}{2} \frac{a^2 ((v_y t - y)^2 + x t)}{t^2 \left(\frac{I a}{t_0} + \frac{I a}{t} - \frac{1}{s^2} \right)} \right)}$$

$$+ e^{\left(\frac{1}{2} I a \left(\frac{x_0^2}{t_0} + \frac{x^2}{t} \right) + \frac{1}{2} I a \left(\frac{y_0^2}{t_0} + \frac{(2y_0 + y)^2}{t} \right) + \frac{1}{2} \frac{a^2 ((v_y t + 2y_0 + y)^2 + x t)}{t^2 \left(\frac{I a}{t_0} + \frac{I a}{t} - \frac{1}{s^2} \right)} \right)}$$

In der [Schrödingergleichung](#) kommt ein Term vor, der bei der klassischen Behandlung (Interferenz zweier Kreiswellen) nicht vorhanden ist und die Bedeutung (Dimension) eines Potentials hat. Bohm nennt ihn das Quantenpotential.

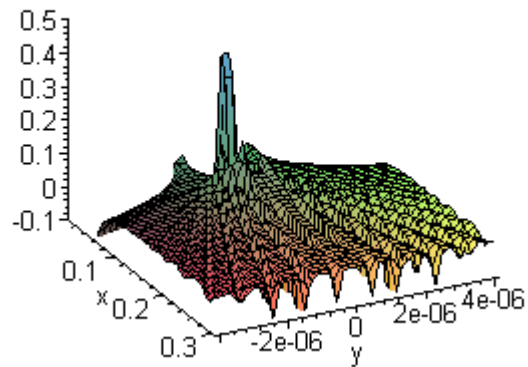
Dieses Quantenpotential lässt sich aus der Psi-Funktion berechnen (der Ausdruck des Terms `qpots` mit Maple geht allerdings über ca. 10 Seiten...) und graphisch darstellen:

```
plot3d(-qpots,x=0..abs(x0),y=-2*y0..2*y0,grid=[40,40],axes=framed,view=-10..50,orientation=[20,20]);
```



Im Hintergrund sieht man rechts und links vom zentralen Maximum die beiden Spalte. Das Quantenpotential hat genau an den Orten seine Maxima (relativ flach) an denen auch die klassischen Beugungsmaxima liegen. Das gleiche gilt für die Minima, die sehr tief liegen und in der Darstellung abgeschnitten sind. Natürlich gilt das für alle Spaltabstände. Hier ist die Darstellung des Quantenpotentials für das Jönsson-Experiment:

```
plot3d(-qpots*10^(-15),x=0.01..0.3,y=-4*y0..4*y0,view=-0.1..0.5,grid=[40,40],axes=framed,orientation=[-33,36]);
```

Wie ist das nun zu interpretieren? Wenn sich ein 'klassisches Teilchen' in diesem 'Quantenpotential' bewegt (wobei es der deterministischen Bewegungsgleichung Newtons folgt - Schrödingers Gleichung ist übrigens auch deterministisch, sie wird nur meistens statistisch interpretiert), dann landet es mit genau der gleichen Wahrscheinlichkeit, die auch die statistische Interpretation liefert, an einem bestimmten Ort. Das 'muss' ja auch so sein, denn das Ergebnis wird mit ein und derselben Gleichung berechnet ;-)

Und nun?

[Zur Atomphysik](#)

Aus: [Moderne Physik mit Maple](#)

c ITP Bonn 1995 filename: [bohm.ms](#)

Autor: Komma, Datum: 27.5.95

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Das Märchen von der Photonenstatistik

in Anlehnung an

Photon-antibunching and sub-Poissonian photon statistics

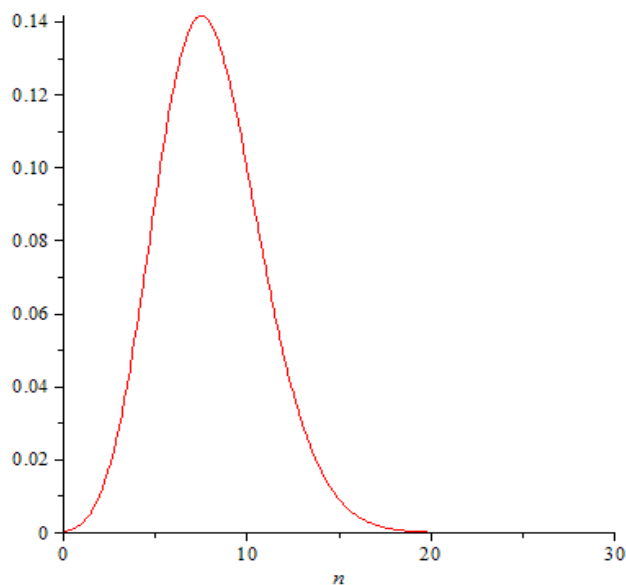
X. T. Zou and L. Mandel

Department of Physics and Astronomy, University of Rochester, Rochester, New York 14627

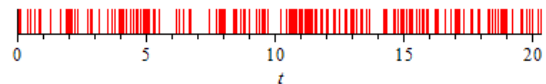
(Received 19 April 1989)

Man liest oft, dass Photonen Klumpen bilden können (bunching) oder Abstand halten können (antibunching) und dass es auch Photonen gibt, die sich "so gut wie klassisch verhalten" (kohärentes Licht). Dazu wird eine "Photonenverteilung" gezeigt, die die Wahrscheinlichkeit für n Photonen (zu welcher Zeit an welchem Ort?) angibt und daneben ein "Strichcode", der die zeitliche Abfolge der Photonen oder die "Photonenstatistik" (an welchem Ort?) symbolisieren soll, etwa so:

Photonenverteilung



Photonenstatistik



Und der mitdenkende Leser muss sich fragen, woher der kühne Schluss von einer Verteilung über n auf eine Verteilung über t kommt.

Das "Maß aller Dinge" für die Photonenstatistik ist dabei die Poissonverteilung: Photonen, die einer Poissonverteilung "gehörchen", bilden weder Klumpen noch halten sie Abstand. Wenn die Verteilung breiter ist (Super-Poisson) gibt es Klumpen und wenn sie schmaler ist (Sub-Poisson), halten die Photonen Abstand. So liest man.

Dieser Artikel soll etwas Licht auf die Problematik solcher verkürzten Darstellungen werfen.

Zunächst muss man eine Verbindung zwischen der "zeitlosen Photonverteilung" (alleine als Funktion der Photonenzahl n) und ihrer zeitlichen Entwicklung herstellen. Hat man einen "stationären Photonstrom" mit der mittleren Photonenrate $\langle w \rangle$, so gilt für die mittlere Zahl $\langle n \rangle$ der Photonen, die in der Zeit (genauer im Zeitintervall) t registriert werden können (siehe [Literatur](#), Glauber):

$$\langle n \rangle = \langle w \rangle t \quad (1)$$

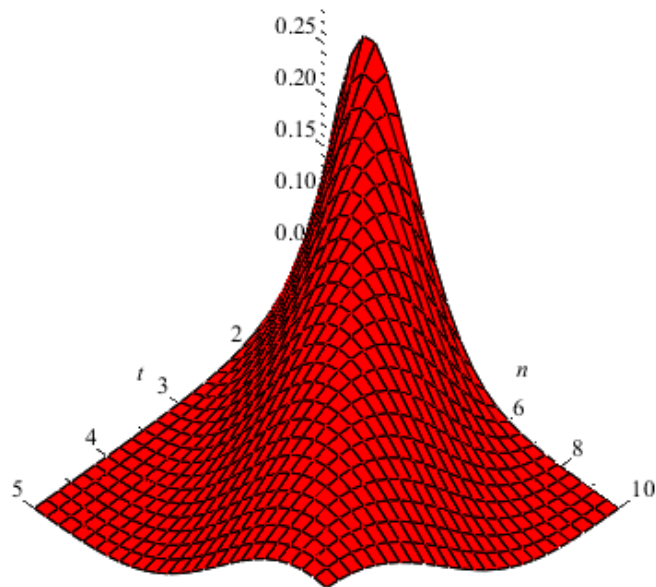
Damit sieht eine mehrdimensionale Poissonverteilung $p(n,t)$ so aus ($\langle w \rangle$ wird in den folgenden Formeln als w notiert),

Laserlicht oder kohärentes Licht:

> pois:=(w*t)^n/n!*exp(-w*t);

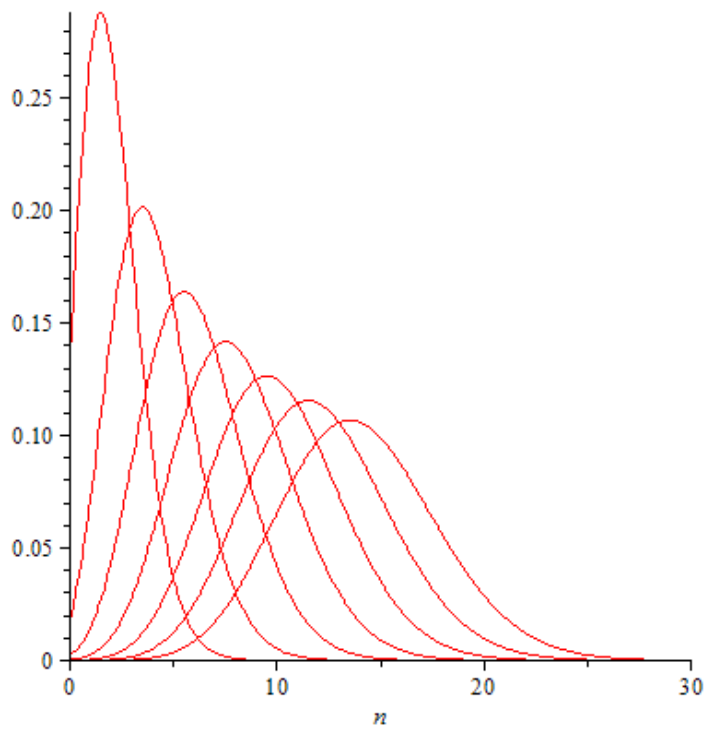
$$pois := \frac{(w t)^n e^{-w t}}{n!} \quad (2)$$

```
> plot3d(pois,t=1..5,n=0..10,axes=normal,color=red);
```



Das heißt, der Mittelwert der Verteilung verschiebt sich mit t und die Verteilung wird breiter. Die 2D-Darstellung der Kurvenschar mit t als Parameter ist etwas übersichtlicher:

```
> plot([seq(op([pois]),t=[1,2,3,4,5,6,7])],n=0..30,color=red);
```



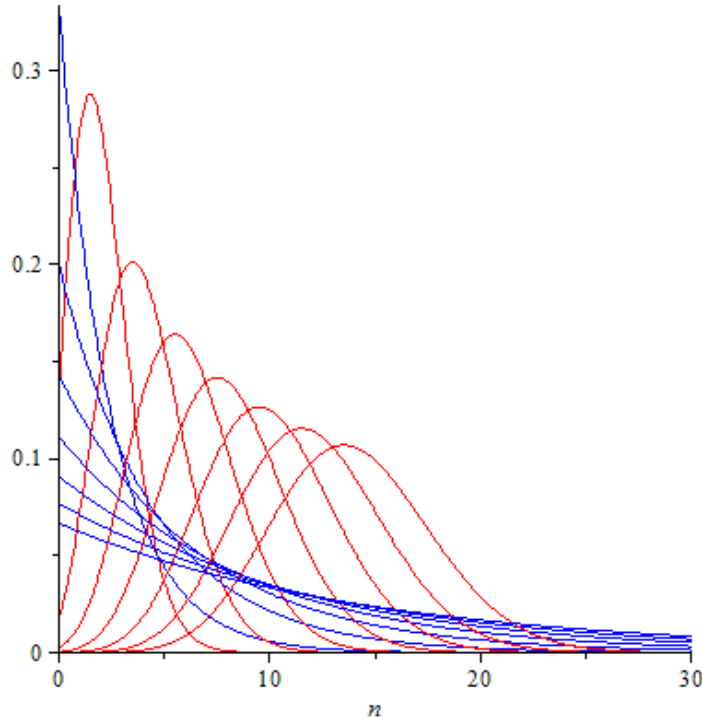
Nimmt man eine geometrische Verteilung (thermisches Licht), so erhält man:

```
> ch:=1/(1+w*t)*(w*t/(1+w*t))^n;
```

$$ch := \frac{\left(\frac{wt}{1+wt}\right)^n}{1+wt} \quad (3)$$

Vergleich der Verteilungen (Laser rot, thermisch blau):

```
> plot([seq(op([pois,ch]),t=[1,2,3,4,5,6,7]),n=0..30,color=[red,blue]);
```



Nun sagt man: die geometrische Verteilung (Bose-Einstein-Statistik) ist wesentlich breiter als die Poissonverteilung (Super-Poisson), was die Ursache für Bunching sei, oder auch: "Bosonen mögen sich" und bilden deshalb Klumpen.

Das ist aber ein Trugschluss (in mehrfacher Hinsicht)! Die zeitliche Abfolge der Registrierung von Photonen wird alleine durch $p(n=0,t)$ bestimmt, genauer gesagt ist sie zur zweiten Ableitung dieser Funktion nach der Zeit proportional. Die Verteilung über n spielt darin jedenfalls keine Rolle. Geht man von einem Idealexperiment aus, in dem auch die Statistik der Registrierung (Ansprchwahrscheinlichkeit der Detektoren, usw.) keine Rolle spielt, so hat man die Dichte für die bedingte Wahrscheinlichkeit $w(t)$ zu berechnen, dass das erste Photon zur Zeit 0 (allgemeiner t_0) und das zweite zur Zeit t (allgemeiner t_0+t) registriert wird.

Für kohärentes Licht erhält man:

```
> wco:=w*exp(-w*t);
```

$$wco := w e^{-wt} \quad (4)$$

Das ist in diesem Fall gleich $p(n=0,t)$: Laserlicht ist nicht nur kohärent, sondern seine Photonen sind auch "statistisch unabhängig" (exponentielles Abklingen wie beim radioaktiven Zerfall)!

Für thermisches Licht erhält man:

```
> wch:=2*w/(1+w*t)^3;
```

$$wch := \frac{2w}{(1+wt)^3} \quad (5)$$

Entstehen die Photonen durch Resonanzfluoreszenz (z.B.), so kann man ohne die Kenntnis einer Photonverteilung über n die entsprechende Wahrscheinlichkeitsdichte so angeben:

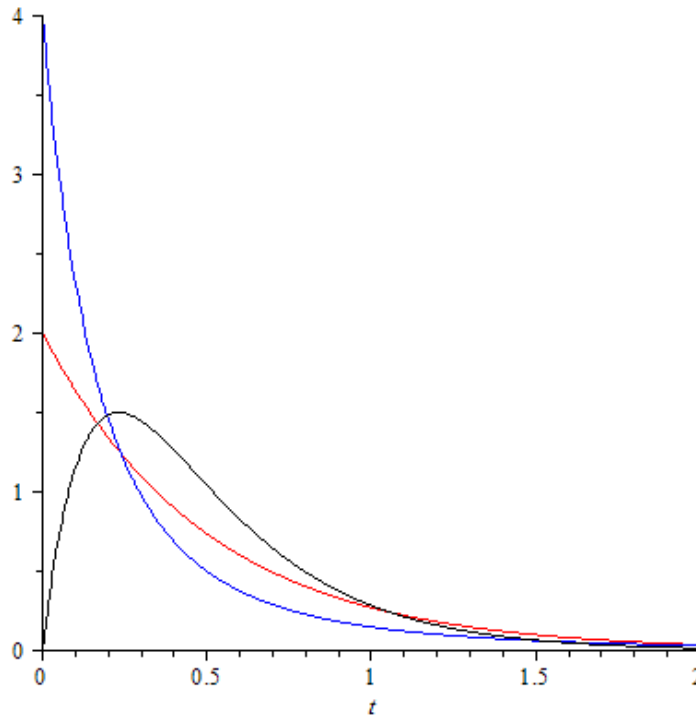
```
> wantib:=diff((1-exp(-3/2*w*t))^2,t);
```

$$wantib := 3 \left(1 - e^{-\frac{3}{2} w t} \right) w e^{-\frac{3}{2} w t} \quad (6)$$

Diese Funktion $w(t)$ gibt in stark vereinfachter Form die Photonenrate im Experiment von M. Dagenais und L. Mandel (1978, siehe [Literatur](#)) wieder und entspricht der Statistik einer radioaktiven Zerfallsreihe (Aktivität des Tochterkerns).

Im Vergleich sehen diese zeitlichen Verteilungen $w(t)$ so aus ($\langle w \rangle = 2$ (passende Einheiten)):

```
> plot([wco,wch,wantib],t=0..2,color=[red,blue,black]);
```



Nun "sieht man":

- Laserlicht (rot): $w(0)$ ist gleich $\langle w \rangle$ und $w(t)$ klingt exponentiell ab.
- thermisches Licht (blau): $w(0)$ ist gleich $2 \cdot \langle w \rangle$ und $w(t)$ unterschreitet für größere t die "Laserverteilung". D.h., die Registrierung von Photonenpaaren ist in kleinen Zeitabständen wahrscheinlicher als in großen: Bunching!
- Fluoreszenzlicht (schwarz): $w(0)$ ist gleich 0 (!) und $w(t)$ hat ein Maximum (das über den anderen Verteilungen liegt), D.h., die Registrierung von Photonenpaaren ist in kleinen Zeitabständen sehr unwahrscheinlich und in bestimmten Zeitabständen am wahrscheinlichsten: Antibunching!

Und wie kann man das veranschaulichen?

In nebenstehender Abbildung ist die Zeit der Registrierung eines Photons über der Anzahl der Registrierungen für $\langle w \rangle = 10$ (passende Einheiten) abgetragen:

Wenn man demnächst "Photonen on demand" erzeugen kann, und dies mit einer konstanten Rate macht, so liegen die Zeiten der Erzeugung und Registrierung auf einer Geraden (grün). (Das wäre also der wirklich klassische Fall, hier nur zur Orientierung eingezeichnet ;-)).

Die Registrierungszeiten von "Laserphotonen" (rot) schwanken "statistisch unabhängig" um eine konstante Zählrate. (Das sieht man doch - oder?)

Die Registrierungszeiten von "thermischen Photonen" (blau) schwanken nicht "statistisch unabhängig" um eine konstante Zählrate. Manchmal dauert es ziemlich lange bis das nächste Photon registriert wird (fast senkrechte Linien). Aber die thermisch Quelle füllt diese Lücken durch Bunching wieder auf.

Die Registrierungszeiten von "Fluoreszenzphotonen" (schwarz) liegen der konstanten Zählrate am nächsten.

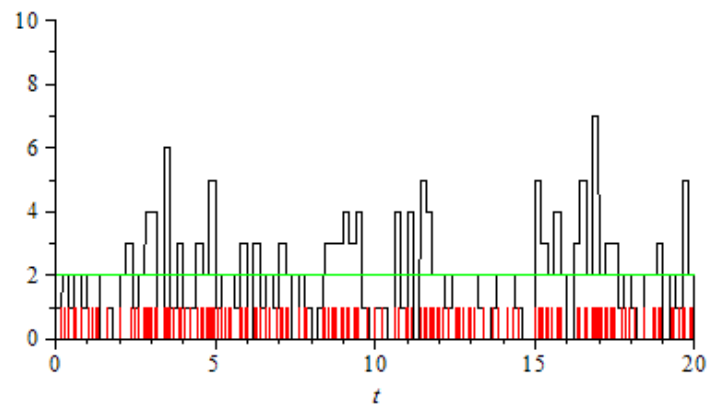
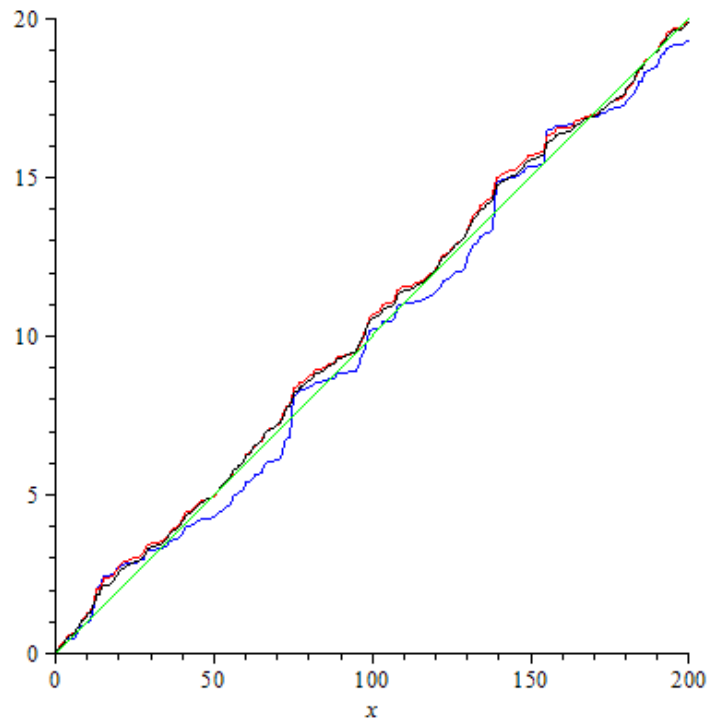
Welches Licht ist nun "klassisch" und welches "nicht klassisch"?

Vielleicht helfen ein paar Statistiken?

Stellt man die Registrierungszeiten von **Laserphotonen** als "Strichcode" dar (rot), so sieht man eigentlich nicht viel. Wenn die Striche dicht liegen (zusammenhängende rote Rechtecke), muss das keine besonders hohe Zählrate bedeuten. Vielmehr kann sich in dieser Darstellung unter einem einzigen Strich die Registrierung mehrerer Photonen verbergen, die in besonders kurzen Zeitabständen erzeugt wurden.

Ein Histogramm (schwarze Linien) ist etwas aussagekräftiger. Wenn man die Anzahl der Registrierungen in einem (geeignet kleinen) Zeitintervall aufsummiert, zeigen die Spitzen des Histogramms eine höhere Dichte besser an als der "Strichcode". Alles nur eine Frage der Auflösung ;-).

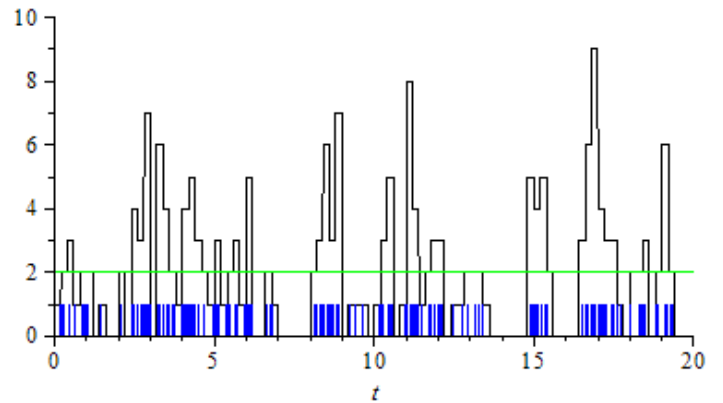
Zur Orientierung ist wieder der "klassische Mittelwert" (grün) eingetragen.



Wie sieht in dieser Darstellung die Statistik für **thermisches Licht** aus?

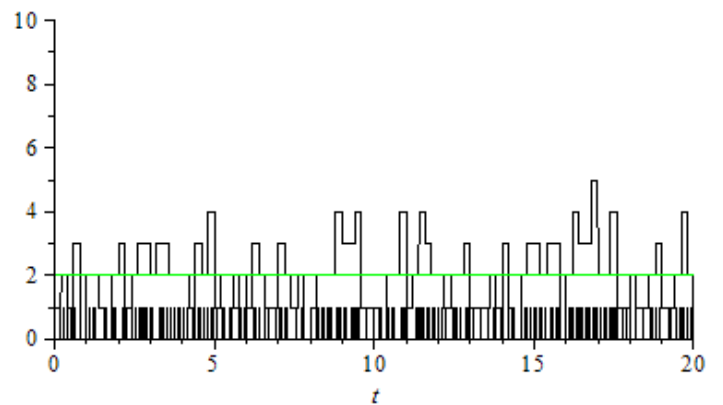
Also da sind schon Bündel (oder Klumpen?) zu sehen!

Wobei natürlich die Lücken mindestens ebenso wichtig sind!



Und Fluoreszenzphotonen scheinen tatsächlich etwas mehr Abstand zu halten als Laserphotonen, wenngleich sie vom idealen Antibunching (äquidistante Striche, Histogramm = Mittelwert) noch etwas entfernt sind.

Anmerkung: "Fehlende" horizontale Linien des Histogramms werden durch die grüne Linie des Mittelwerts überdeckt (gilt auch für obige Histogramme).



Man sollte aber über all der Statistik die Physik nicht vergessen: "Photonen an sich" haben - physikalisch gesehen - keine Statistik (oder Verteilung?), die sich direkt bestimmen lässt. Es kommt vielmehr darauf an wie sie entstehen und nachgewiesen werden. Man kann zwar Photonensstatistiken (oder die Statistik des quantisierten elektromagnetischen Feldes) nachträglich manipulieren, aber in erster Linie handelt es sich bei einer "Photonensstatistik" um die *Statistik der Quellen und Absorber von Photonen*. Die Photonen sind und bleiben "nur" Botenteilchen.

Insofern sind auch solche sprachlichen Gebilde etwas irreführend (Zou und Mandel 1990, [Literatur](#)):

Let us first make clear what we mean. Photon bunching is the tendency of photons (or other particles) to distribute themselves preferentially in bunches rather than at random, so that when a light beam falls on a photodetector more photon pairs are detected close together in time than further apart. Antibunching is the opposite effect, in which fewer photon pairs are detected close together than further apart. As was shown by Glauber,³ when light falls on a photodetector, the joint probability density $P_2(t, t + \tau)$ for detecting one photon at time t and another one at later time $t + \tau$ is given by

$$P_2(t, t + \tau) = K \langle \Upsilon : \hat{I}(t) \hat{I}(t + \tau) : \rangle, \quad (1)$$

Photonen (und andere Teilchen) haben keine *Neigungen*, sich wie ein Kollektiv oder wie Individuen zu verhalten. Natürlich wissen Zou und Mandel, was sie sagen. Und die meisten Physiker verstehen auch diese anthropozentrische Sprechweise und denken automatisch die Anführungszeichen an der richtigen Stelle mit: "the tendency of photons to distribute *themselves*" preferently". Aber wer diese Aussage wörtlich nimmt, überliest dann auch gerne, dass das Photon "auf einen Detektor treffen" muss, wenn es zur "Photonenstatistik" beitragen soll, und vergisst komplett wie es erzeugt wurde.

Bei der folgenden eindeutigen Aussage (Zou und Mandel 1989) muss man allerdings keine Anführungszeichen mitdenken:

These considerations, although contrived, show that sub-Poisson counting statistics need not be associated with antibunching but can be accompanied by bunching. Therefore, sub-Poisson statistics and antibunching are distinct effects, and it is important that the definitions of these phenomena not be confused.

Methode: Monte Carlo

Literatur:

R. J. Glauber, Quantum Theory of Optical Coherence
 M. Dagenais and L. Mandel, Phys. Rev. A, vol.18, 2218 (1978)
 X.T. Zou and L. Mandel, Phys. Rev. A 41, 475–476 (1990)

[Moderne Physik mit Maple](#)

[HOME](#)

[Projekte](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Mathematische Behandlung der Schrödingergleichung

Dr. M. Komma

Beitrag zur Quantenphysik-Fortbildung Oberschulamt Tübingen

Kurzfassung, Frühjahr 2003

Quick Links

Mit Ableitungen der Wellenfunktion und der Hamiltonschen Mechanik findet man die [Schrödingergleichung](#) ([Worksheet](#)).

Eigenfunktionen und Eigenwerte für verschiedene Potentiale

- [analytische Lösungen](#)
- [numerische Lösungen](#) mit Animationen
- [Allround-Prozedur](#) für „beliebige Potentiale“

Harmonischer Oszillator

- [Theorie](#): Gauß-Paket in die SGL einsetzen, Operatoren, Reihenentwicklung
- [Harmonischer Oszillator](#) vertieft: Überlagerung stationärer Zustände mit beliebigen Verteilungen (Gewichten), u.a. kohärent (Schrödinger), squeezed states (Quantenoptik) – stark gekürzte Fassung.

[Feynmans Herleitung der Schrödingergleichung](#)

[Feynmans Bewegungsgleichung](#): Propagatoren für Oszillator, Gaußspalt und freies Teilchen (stark gekürzt).

Wer nicht alles selbst programmieren will, kann fertige Maplets verwenden (ab Maple 8). Hier ist ein Beispiel, wie man mit der neuen graphischen Oberfläche mit Schiebereglern Maple steuern kann: [Maplet](#) (vorläufige Fassung zum Zeichnen der Wellenfunktion im quadratischen und linearen Potential, Darstellung von H-Orbitals)

„Ich denke, ich kann davon ausgehen, dass niemand die Quantenmechanik versteht.“

„Woher haben wir diese Gleichung? Von nirgendwo. Es ist unmöglich, sie aus irgend etwas Bekanntem herzuleiten. Sie ist Schrödingers Kopf entsprungen.“

Als einer der „Meister der QED“ konnte es R.P. Feynman sich erlauben, solche (sokratischen) Sentenzen von sich zu geben. Er hat sicher die Quantenmechanik besser verstanden als so mancher andere und wusste besser als so mancher andere, was er mit seinem „Ich weiß, dass ich nichts weiß für Quantenmechaniker“ sagen wollte.

Er hat auch die Schrödingergleichung hergeleitet (z.B. in Feynman-Hibbs, Quantum Mechanics and Integrals, S.

76, McGraw-Hill 1965) - aus Pfadintegralen, die seinem Kopf entsprungen sind.

Man sollte also Feynman nicht nur zitieren, sondern auch verstehen.

Gliederung:

- [QM ohne Schrödingergleichung](#)
- [Hin- und Herleitungen](#)
- [Beispiele](#)
- [Was lernen wir daraus?](#)

QM ohne Schrödingergleichung

Zunächst sollte man diese Frage beantworten:

Was ist dieses Ψ ?

Unter anderem die Lösung einer Bewegungsgleichung. Aber man benötigt die Bewegungsgleichung nicht unbedingt, denn die Form der Lösung ist bekannt (und das wusste im (Wirkungs-) Prinzip schon Hamilton 1805-65):

$$\psi = Ae^{iS/\hbar}$$

Die Wirkungsfunktion S spielt die Rolle einer Phase, z.B. einer monochromatischen Welle

$$\varphi = kx - \omega t = (px - Et)/\hbar = S/\hbar$$

Welle = Teilchen
(oder umgekehrt?)

Allgemeiner gilt:

$$S = \int \vec{p} d\vec{r} - Et \quad ; \quad \nabla S = \vec{p} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial t} S = -E$$

Mit der Energie-Impulsbeziehung für massive Teilchen

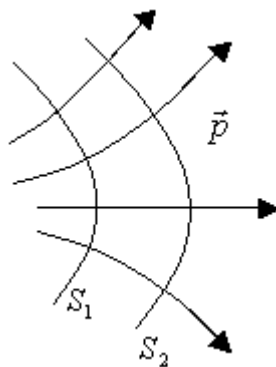
$$p = \sqrt{2m(E - V)}$$

➔ Seitenthemen: Energie-Impulsbeziehung beim Photon, Phasen- und Gruppengeschwindigkeit, Dispersion, Pakete!, Unschärfe (Fourier).

Der ortsabhängige Teil der Wirkungsfunktion (das Eikonal) ist das Impulspotential, bzw. der Impuls (das Impulsfeld) ist der Gradient der Wirkungsfunktion (vgl. Wellenfronten und Strahlen oder Äquipotentialflächen

und Feldlinien).

Bewegungsgleichung für die Wirkung $S(x,t)$:



Damit ist das ψ für jede Situation (jedes Potential) im Prinzip bekannt – bis auf den Vorfaktor, die „Amplitude“ A . Wir können sogar beliebig viele ψ s überlagern – ohne irgendeine Bewegungsgleichung!

→ Seitenthemen: Pfadintegrale, Vielstrahlinterferenz

Mit der vereinfachenden Annahme (Modellbildung?), dass sich A „nicht wesentlich ändert“ (geometrische Optik / quasi klassisch), können wir leicht eine ganze Reihe wichtiger Fragestellungen von der klassischen Mechanik in die Quantenmechanik übertragen (vgl. [Moderne Physik mit Maple](#)):

- Doppelspalt (mit Teilchen oder Wellen?)
- Wurf mit Tunneleffekt und Interferenz
- Harmonischer Oszillator
- Coulombwellen (für stationäre Ellipsen und Hyperbeln)
- Rydbergatome
- Streutheorie und Übergangswahrscheinlichkeiten, Störungsrechnung, ...

Und genau so macht man es in den modernen Experimenten mit Fullerenen und Kondensaten (und auch in Feynmans QED)!

Auf dem Weg zur Schrödingergleichung:

- Wellengleichung und Transportgleichung (Periodizität ist nicht gefragt, sondern nur $\psi = \psi(ax \pm bt)$ mit $b/a = c_{ph}$)
- Typen von Transportgleichungen (Diffusionsgleichung reell und komplex)
- Wellenpakete (zentrales Bindeglied) \leftrightarrow Deltafunktion (klassische Physik)
- Übergang zur Wellenoptik (oder Wellenmechanik?)
- Statistische (klassische) Physik und Quantenphysik

Hin- und Herleitungen:

Induktiv

Was passiert, wenn man ψ schlicht ableitet?

- Quasiklassisch (Strahlenoptik)
- Stationär (was bewegt sich?)
- Operatoren
- Hamilton-Jacobi und Kontinuität
- Quantenpotential?

Mit Ableitungen der Wellenfunktion und der Hamiltonschen Mechanik findet man die [Schrödinger-Gleichung](#) ([Worksheet](#)).

Eine Anmerkung zu stationären Zuständen und ihrer [Interpretation](#)...

Deduktiv

- Heisenberg \Leftrightarrow Schrödinger (in den Originalen)
- Operatoren
- Lagrange-Formalismus
- [Pfadintegrale](#): Feynman-Hibbs, Quantum Mechanics and Integrals, S. 76, McGraw-Hill 1965 (ein ganzes Kapitel; ebenso Lectures III).
- QED
- neueste Version: *Schrödinger equation from an exact uncertainty principle*, Michael J. W. Hall and Marcel Reginatto [arXiv:quant-ph/0102069 v3 9 Apr 2002](#)
- U.a.m.

Historisch

[Die Schrödingerseite](#)

Es gibt eine Fülle von Artikeln zu diesem Thema. Hier ist ein besonders schöner:

Schrödingers Entdeckung der Wellenmechanik, Norbert Straumann, [arXiv:quant-ph/0110097 v1 16 Oct 2001](#)
(Ein schönes Thema für ein Referat nach dem Abitur...)

Feynman soll gesagt haben:

[„Woher haben wir diese Gleichung? Von nirgendwo. Es ist unmöglich, sie aus irgend etwas Bekanntem herzuleiten. Sie ist Schrödingers Kopf entsprungen.“](#)
[Wo sollten Gleichungen sonst entspringen, wenn nicht in Köpfen?](#)

Was Schrödinger und alle Physiker seiner Zeit in ihren Köpfen hatten, war die Hamiltonsche Mechanik und eine profunde Kenntnis der Variationsprinzipien. Natürlich konnten sie damit die Quantenmechanik nicht herleiten, aber nur so (und mit der Unterstützung durch die jeweils neuesten Experimente) konnten sie die Quantenmechanik entdecken. Das sollte man im Hinterkopf behalten, wenn man Schrödinger liest – und man sollte ihn lesen!

Schrödingers Mitteilungen zur Quantisierung als Eigenwertproblem:

1. Statt Wirkung Logarithmus der Wirkung. Variationsprinzip ([erste Mitteilung](#)), moderner: Euler-Lagrange-Gleichungen für die Lagrange-Dichte L :

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_\alpha} = 0$$

2. Stationär (zweite Mitteilung)
3. Ψ komplex, Reduktion der Ordnung der DGI (vierte Mitteilung, Störungstheorie war das ursprüngliche Ziel).

In allen Mitteilungen Schrödingers wird vorgerechnet, was danach 100000-fach in Lehrbücher zur QM übernommen wurde (je später desto weniger mit Angabe des Autors): Oszillator, Rotator, H-Atom,... Auch bei Schrödingers ersten Rechnungen spielt die SGL als Bewegungsgleichung eigentlich eine untergeordnete Rolle. Es geht vielmehr darum, sie für spezielle Fälle zu lösen (die passenden Lösungsmethoden zu finden) und diese Lösungen zu interpretieren und in Bezug zur klassischen Mechanik zu setzen -> Wellenmechanik. Mehr noch: Schrödinger hat mit seiner konsequenten Anwendung der Variationsprinzipien die Basis für Feldquantisierungen gelegt.

Beispiele

Kategorisierung nach Potentialen und Anwendungen

Potential	const	x	x^2	$-1/ x $
Eigenwerte	Kontinuum und n^2	$\varepsilon(2n + 3/2)^{2/3}$	$n+1/2$	$-n^2/2$ und Kontinuum
Eigenfunktionen	sin, exp	Airy	$H(x) \cdot \exp(-x^2/2)$	$L(x) \cdot \exp(-x)$
Anwendung	Topf, Stufen, Doppelspalt, Tunneleffekt (immer), Halbleiter, -> Streutheorie (Kontinuum)	„einseitig begrenzt“ Kondensate, Atomoptik	Falle, Mulde, Landau, Kondensate, Atomoptik, gleiche EF und EW in der Quantenoptik, (Cavity) -> Feldquantisierung, Photonen	Atomphysik, „reale Situation“ -> Störungstheorie

Eigenfunktionen und Eigenwerte für verschiedene Potentiale

- [exakt](#)
- [numerisch](#) mit Animationen
- [Allround-Prozedur](#) für „beliebige Potentiale“

Harmonischer Oszillator

- Theorie: [Gauß-Paket einsetzen](#), Operatoren, Reihenentwicklung
- [Harmonischer Oszillator](#) vertieft: Überlagerung stationärer Zustände mit beliebigen Verteilungen

(Gewichten), u.a. kohärent (Schrödinger) , squeezed states (Quantenoptik) – stark gekürzte Fassung.

[Feynmans Bewegungsgleichung](#): Propagatoren für Oszillator, Gaußspalt und freies Teilchen (stark gekürzt).

Wer nicht alles selbst programmieren will, kann fertige Maplets verwenden (ab Maple 8). Hier ist ein Beispiel, wie man mit der neuen graphischen Oberfläche mit Schiebereglern Maple steuern kann: [Maplet](#) (vorläufige Fassung zum Zeichnen der Wellenfunktion im quadratischen und linearen Potential, Darstellung von H-Orbitals)

Was lernen wir daraus?

- Zustände haben die (mathematische) Form $\psi = Ae^{iS/\hbar}$. Darin ist die Wirkung $S(x,t)$ oder der Impuls $p(x)$ zu gegebenem $V(x)$ bekannt:
 - Wellen mit ortsabhängiger Wellenlänge für reellen Impuls (vgl. ortsabhängige Brechungszahl).
 - Exponentielles Verhalten für imaginären Impuls: Diffusion, Tunneleffekt.
 - Die „Amplitude“ A kann aus der Kontinuitätsgleichung und der Normierung bestimmt werden: Man benötigt im Prinzip keine Bewegungsgleichung (-> Superpositionsprinzip, Pfadintegrale).

- Wahrscheinlichkeitsdichte: $|\psi|^2$, also $[\psi] = \sqrt{l^{-x}}$

- Die Schrödingergleichung muss nicht „sinnvoll erraten“ werden, sondern kann hergeleitet werden. Sie ist eine von mehreren möglichen Beschreibungen der zeitlichen Entwicklung und räumlichen Verteilung eines Zustands.

- Eine besonders wichtige Rolle spielen stationäre Zustände (scharfe Energie E). Für sie gilt die

$$\psi'' = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi$$

„stationäre Schrödingergleichung“

- $p \propto \sqrt{E - V(x)}$, reelles und imaginäres p s.o.
- Die Lösungen der stationären SGL sind Eigenfunktionen zu Eigenwerten.
- Die Eigenwerte haben je nach Potentialtyp ein diskretes oder kontinuierliches Spektrum (oder beides).
- Die Wellenfunktion ψ kann nach Eigenfunktionen entwickelt werden. Die Energie ist dann nicht scharf: Übergänge.

Quantenmechanische Zustände im Phasenraum

(Kleines 1 x 1)

In der klassischen Physik lässt sich der Zustand eines Systems immer eindeutig angeben (prinzipiell jedenfalls), also graphisch oder geometrisch immer durch einen Punkt darstellen - egal in welchem Raum.

In der Quantenmechanik muss diese "exakte Beschreibung" durch "unscharfe Zustände" ersetzt werden, weil das Produkt der Unschärfen kanonisch konjugierter Variablen (z.B. Ort und Impuls) nicht Null werden kann. Aus Kurven im Phasenraum werden also Verteilungen im Phasenraum.

Warum überhaupt Phasenraum? Schon seit Hamilton weiß man, dass sich die "eigentliche Physik" nicht im Orts- oder Impulsraum alleine abspielt, sondern dass hinter der für uns sichtbaren Bühne Zustände (= Phasen) das Geschehen bestimmen und sich somit das System viel kompakter mit einem "Phasenportrait" beschreiben lässt: Anstatt eine Sinuskurve (als Funktion der Zeit) für den Ort und eine Cosinuskurve für den Impuls zu zeichnen, eliminiert man die Zeit und stellt den Impuls als Funktion des Orts dar und erhält einen Kreis als Darstellung für eine harmonische Schwingung - eine runde Sache also!

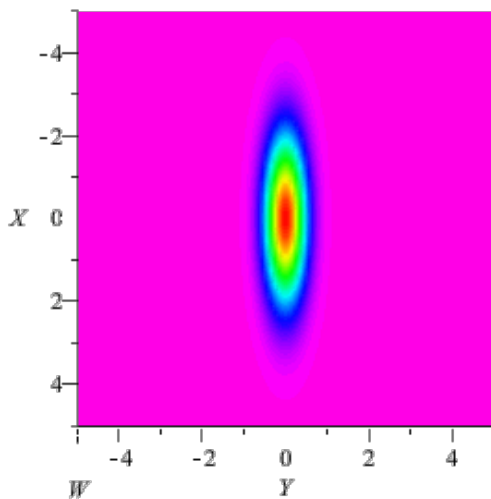
Was wird aus diesem Kreis in der Quantenmechanik?

Wir sollten uns zunächst fragen, was aus einem Punkt im klassischen Phasenraum wird, wenn man den Zustand quantenmechanisch beschreibt:

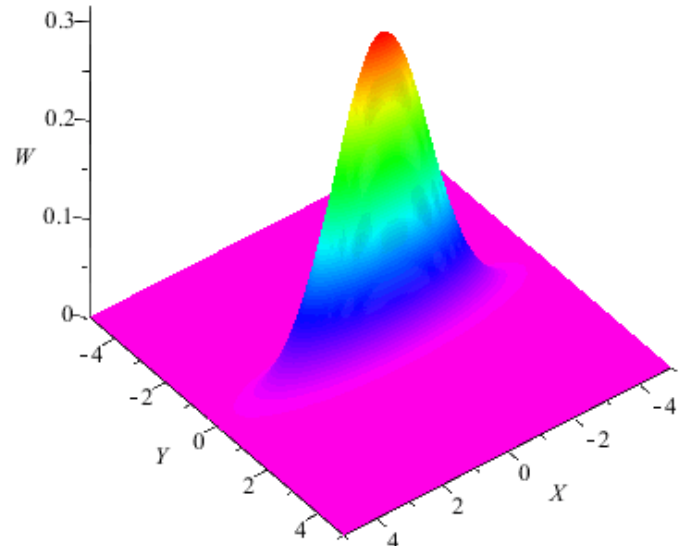
Kleines 1 x 1 des quantenmechanischen Phasenraums

Im den folgenden Darstellungen stehen die Variablen X und Y für kanonisch konjugierte Variablen oder "Quadraturkomponenten" (grob gesprochen). Die Variable W (Hochachse in 3D-Darstellung) steht für Wahrscheinlichkeit (oder Wigner). Die bequemste Methode, von der klassischen Beschreibung (Punkt im Phasenraum) zur quantenmechanischen Beschreibung überzugehen, besteht darin, "den Punkt durch eine Gaußverteilung zu ersetzen", wobei muss die Gaußverteilung nicht rotationssymmetrisch sein muss:

Gequetschte Zustände (squeezed states):



In der X - Y -Ebene erhält man nicht einen Punkt sondern eine "Zigarre": Der Zustand des Systems kann nicht beliebig genau angegeben werden. Die Animation zeigt Zigarren (Ellipsen) mit verschiedenen Halbachsen (parallel zu den Koordinatenachsen).

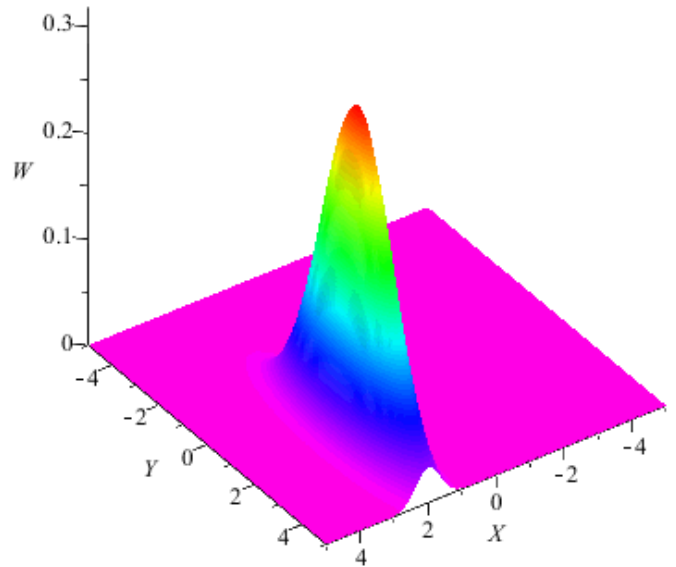
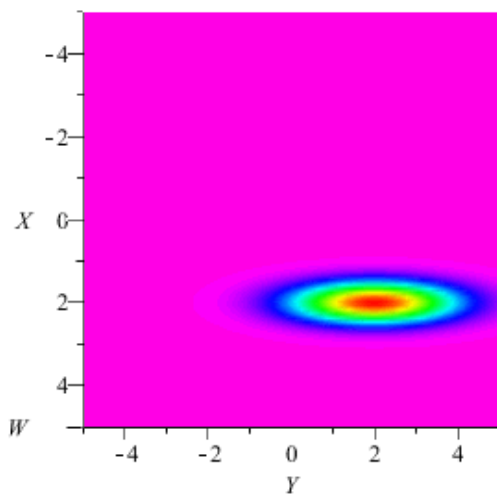


In der dreidimensionalen Darstellung kann - anschaulich gesprochen - W (Hochachse) als Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, das System im Zustand X - Y anzutreffen.

In obigen Darstellungen liegt das Zentrum der Verteilungen bei $(0 | 0)$. Klassisch gesehen ruht also "ein Punkt" im Ursprung. Quantenmechanisch gesehen ist das aber nicht möglich. Man kann die Genauigkeit einer Observablen (z.B. X) nur auf Kosten der anderen (z.B. Y) steigern. Wenn man den Zustand in eine Richtung quetscht, streckt er sich in die andere. Diese Regel (Heisenbergs Unschärferelation) ist so fundamental, dass sie sogar für das Vakuum $(0 | 0)$ gilt!

Das Zentrum der Verteilung muss aber nicht im Ursprung liegen und die Halbachsen können gegen die Koordinatenachsen (des Phasenraums) gedreht sein.

Gedrehte Zustände (rotated states):



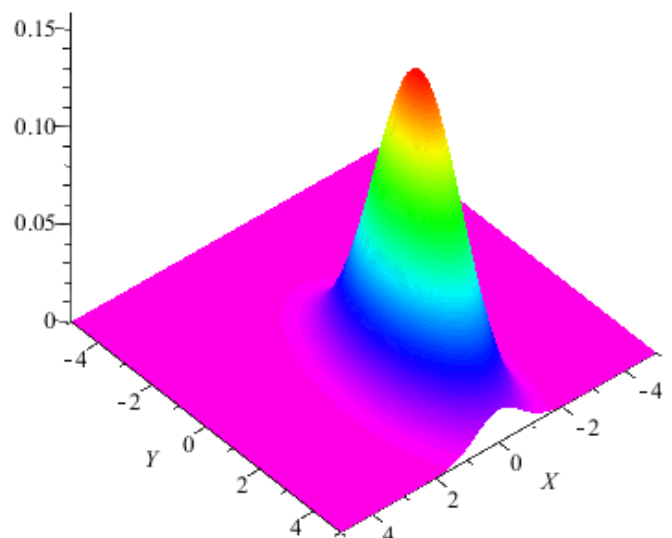
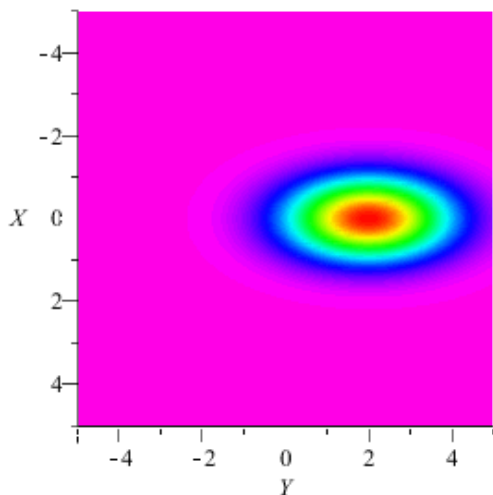
Gedrehte Zustände (rotated states) 2D

... und 3D

Obige Animationen zeigen nicht (unbedingt) die zeitliche Entwicklung eines Zustands, sondern zunächst nur die Variation der Parameter Quetschung und Drehung.

Wie entwickelt sich ein Zustand (mit konstanter Quetschung und Drehung) im Laufe der Zeit?

Wir nehmen das Standardbeispiel des harmonischen Oszillators (Kreis im klassischen Phasenraum):



Die Zigarre rotiert mit ihrem Mittelpunkt um den Ursprung.

Auch in 3D :-)

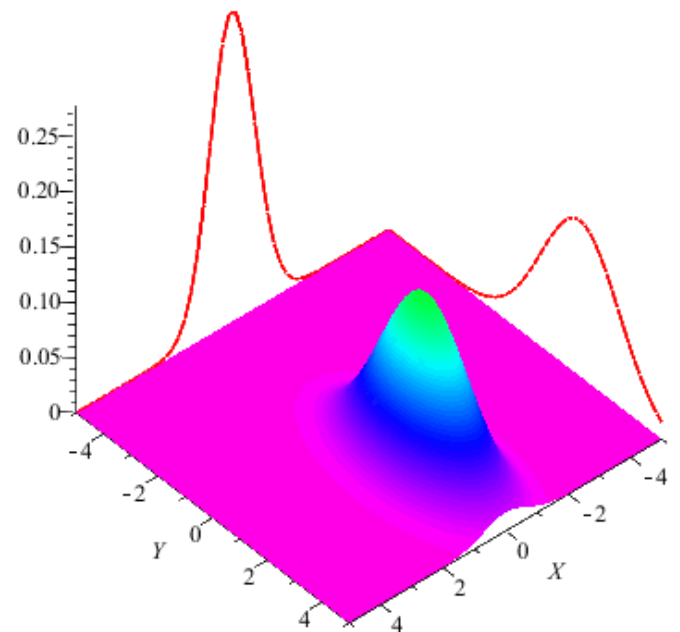
Wie sind diese Darstellungen zu lesen? Anscheinend gibt es im Vergleich zum klassischen Phasenraum viele Kreise und selbst wenn sich das System "auf einem Kreis befinden würde", wüsste man nicht genau wo.

Vielleicht hilft eine Rückübersetzung in den klassischen Koordinatenraum?

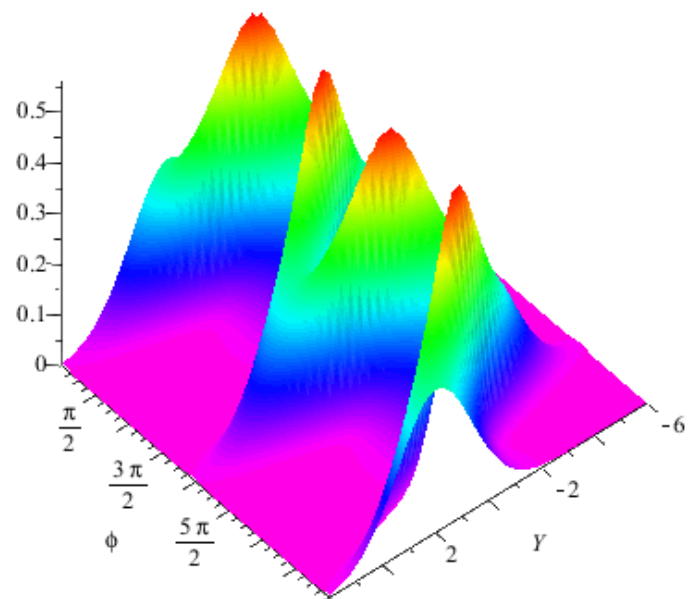
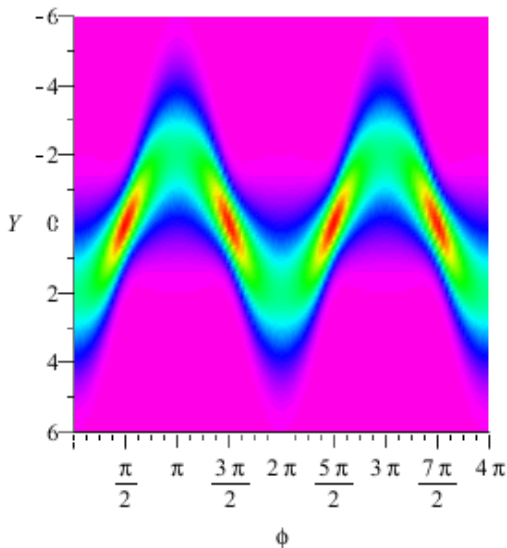
Das geht mit Randverteilungen:

Wenn man sich nur für eine der kanonisch konjugierten Variablen interessiert (oder nur eine messen kann, s.o. "Heisenberg" :-), muss man über die Verteilung der anderen summieren/integrieren. Damit erhält man eine "Randverteilung" (rote Kurven). Im Falle des harmonischen Oszillators sind das Gaußkurven, die mit variabler Breite und Höhe harmonisch um ihre Ruhelage schwingen.

Den "Grenzfall der klassischen Physik" erhält man mit einer "Gaußverteilung der Breite 0" (Delta-Funktion).



Die Randverteilungen kann man über der Zeit (oder dem Winkel Φ) abtragen. Mit einer "klassischen Kreisfunktion" würde sich eine "Sinus-Kurve" ergeben. Nun hat man es aber wegen der Unschärfe mit unendlich vielen "Sinuskurven" zu tun, die je nach Zustand unterschiedlich dicht liegen:



In der Draufsicht (links) ergibt sich also statt einer einzigen Kurve ein "Sinus-Band", dessen Breite variiert. In der 3D-Darstellung (rechts) wird die "Dichte der Kurven" (Hochachse) besser sichtbar. Im dargestellten Beispiel ist die Unschärfe der Amplitude größer als die Unschärfe der Phase, es ist also die Phase des Zustands gequetscht: man weiß ziemlich genau, wann der "Oszillator die Ruhelage passiert", dafür weiß man aber nicht genau wie weit er schwingt. Das gleiche Problem hat man übrigens auch, wenn man das Feld einer klassischen elektromagnetischen Welle quantenmechanisch beschreiben will.

Siehe auch:

- [Gequetschtes Licht](#)
- Harmonischer Oszillator, [quantenmechanisch](#)
- Harmonischer Oszillator, [klassisch](#)

- [Wignerfunktion](#)

[Moderne Physik](#) mit Maple

[HOME](#)

[Projekte](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Das Photon am Doppelspalt

Teilchen oder Welle?

Die Frage ist alt. Sir Isaac Newton meinte vor dreihundert Jahren: Teilchen! Christiaan Huygens meinte: Welle! Und als Thomas Young vor zweihundert Jahren sein Doppelspaltexperiment vorführte, war man bei der Royal Society nicht begeistert, denn es waren deutliche Interferenzstreifen zu sehen.

Kann man sich heute besser vorstellen, "was ein Photon am Doppelspalt macht"?

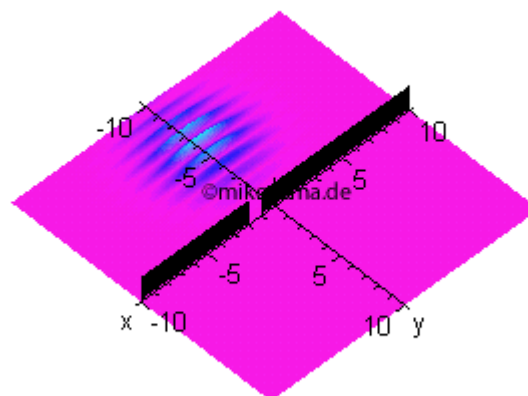
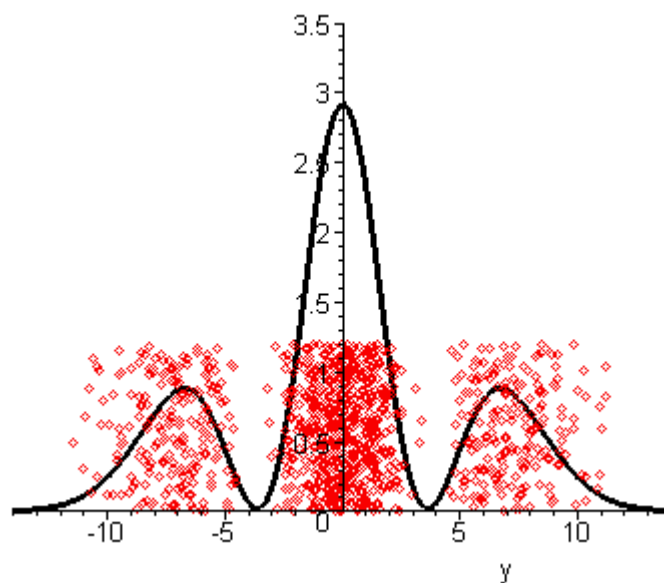
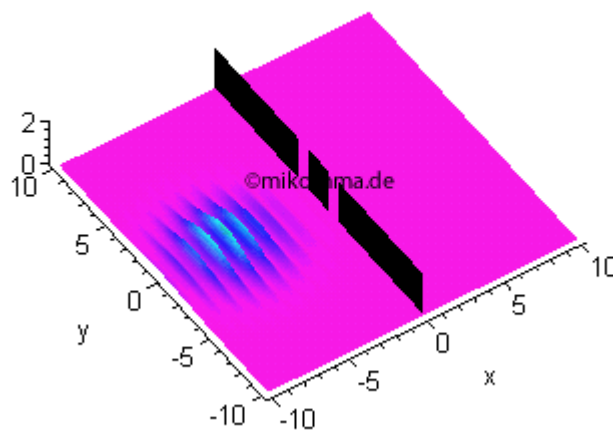
Man nimmt ein Wellenpaket (also die mathematische Darstellung eines halbwegs lokalisierten Photons) und lässt es gegen einen Doppelspalt laufen. Und siehe da: ein Teil wird absorbiert, ein Teil wird reflektiert, ein Teil passiert - und alles interferiert. Also hatte wohl Huygens recht!

Zu dumm nur, dass man zum Beispiel auf einem Film nie eine kontinuierliche Intensitätsverteilung sieht, sondern das Photon von einzelnen Atomen absorbiert wird - und zwar am Stück. Aber das kann ja an den Atomen liegen.

Auch wenn die Trefferquote sich an die Intensitätsverteilung hält: Das ist doch eine typische Teilcheneigenschaft! Und Teilchen können nicht durch beide Spalte gleichzeitig, sie sollten sich also auch am Doppelspalt lokalisieren lassen.

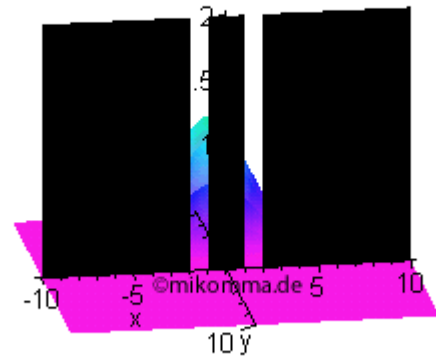
Und wie stellt man fest, durch welchen Spalt das Photon flog? Ganz einfach: man schließt einen Spalt?

Aber da bekommt man wieder Probleme: Jetzt kann man zwar genau sagen, durch welchen Spalt das Photon ging, dafür ist es anschließend um so weniger lokalisiert.

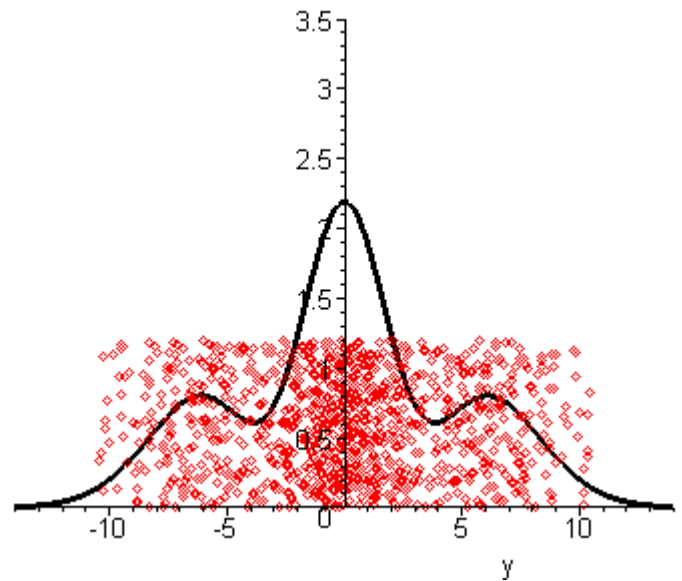


Wenn man es etwas intelligenter macht, indem man beide Spalte offen lässt und sich die Information über den Weg des Photons mit anderen Mitteln besorgt, benimmt sich das Photon tatsächlich wie ein Teilchen: Das Interferenzmuster verschwindet, weil die Kohärenz gestört wurde.

Sieht fast aus wie eine Flutwelle, die wegen der großen Turbulenzen beim Passieren der Öffnungen nicht mehr interferieren kann - jedenfalls gibt es keine lineare Superposition mehr.



Es gibt inzwischen sogar Experimente, in denen man die Kohärenz nur teilweise stört. Nicht unbeabsichtigt (etwa durch Messfehler), sondern ganz gezielt kann man zum Beispiel 50% Newton und 50% Huygens einstellen...

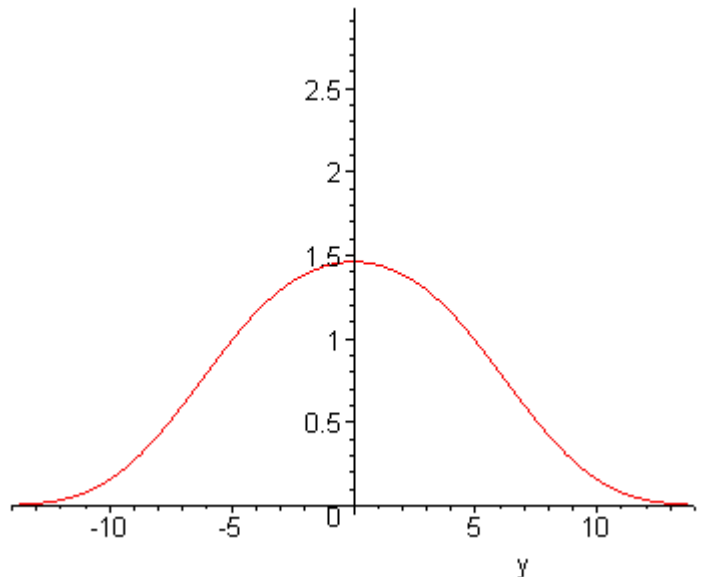


... oder die Apparatur vom Nachweis eines Teilchens zum Nachweis einer Welle durchregeln ;-))

Anmerkung: Die Bilder wurden nach den Regeln der Quanten- und Wellenmechanik mit Maple erzeugt. Nach oben ist jeweils das Betragsquadrat der "Psi-Funktion des Photons" am Doppelspalt abgetragen.

Siehe auch:

- [Fullerene am Doppelspalt](#)
- Von den [Quanten zur Klassik](#)



[Gitter](#) | [Fresnelbeugung](#) | [Zeiger](#) | [Photon am Doppelspalt](#)

[More Movies!](#)

aus 'Moderne Physik mit Maple'

komma@oe.uni-tuebingen.de

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

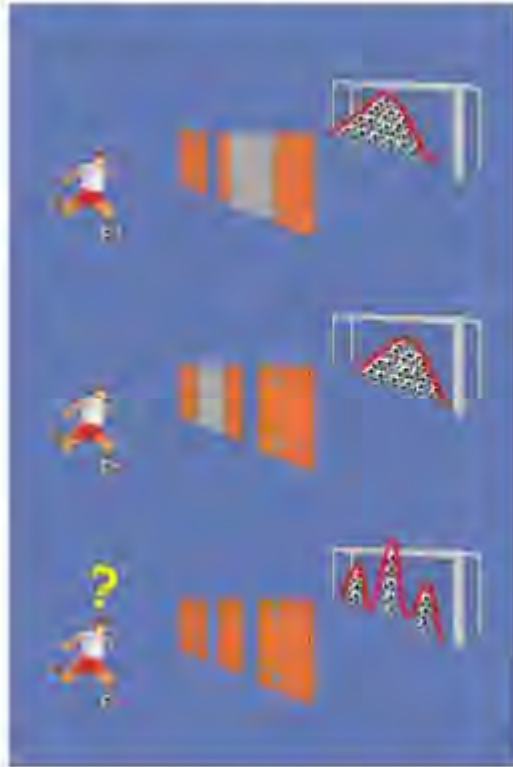
[Top](#)

Fullerene am Doppelspalt

Die Folien zu Experimenten der molekularen Quantenoptik am Institut für Experimentalphysik der Universität Wien wurden von W. P. Hirlinger zusammengestellt. Mit freundlicher Genehmigung von Dr. M. Arndt.

Soccer with quantum balls

W.P.Hirlinger



Von den bizarren Phänomenen der Quantenwelt bleiben wir in unserem Alltag weitgehend verschont. Doch gibt es eine prinzipielle Grenze, die verhindert, dass wir etwa die Interferenz von Fußbällen beobachten ?

? Gibt es ein oberes Limit für die Größe der Objekte ?

? Sind eines Tages nicht einmal mehr Schrödinger-Katzen davor sicher, auf Doppelspalte geworfen zu werden ?

Aristotle's question



Poseidon Tempel, Kap Sounion

Interferenz von Makromolekülen wird derzeit an der Universität Wien intensiv untersucht.

Die Arbeiten mit Fullerenen sind weitgehend abgeschlossen. Anstelle eines mechanischen Gitters wird zur Zeit eine stehende Lichtwelle untersucht.

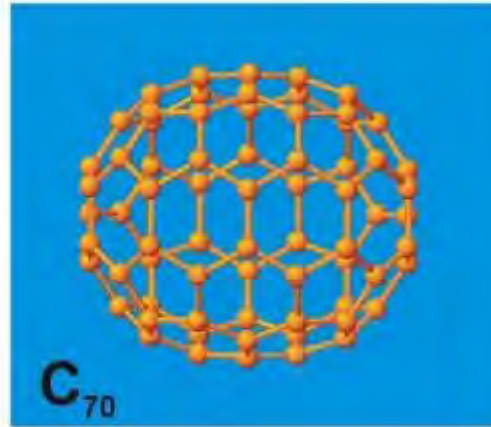
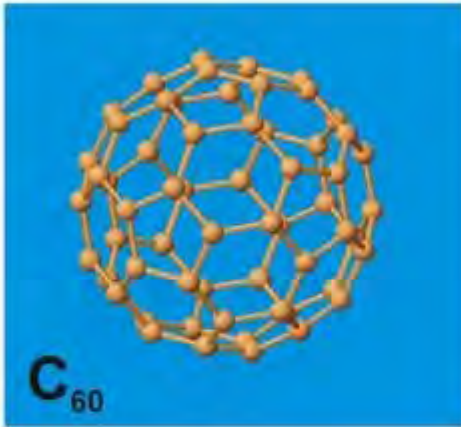
Versuche mit noch größeren Makromolekülen sind in Vorbereitung.

Die derzeitige messtechnische Grenze liegt in der Größenordnung kleiner Viren.



Fulleren-Staub wird er bei den C60-Interferenz-Versuchen verwendet wird. C60 bildet kleine Mikro-Kristalle, wobei die gegenseitige Bindung nur sehr schwach ist. Bei Erhitzung auf 900 bis 1000K entsteht ein Gas aus einzelnen Fulleren-Molekülen mit breiter Geschwindigkeitsverteilung

Fullerene Interference



M. Arndt, O. Nairz, J. Voss- Andrae, C. Keller, G. van der Zouw, A. Z.
Nature 401, 680 - 682, 14.October 1999

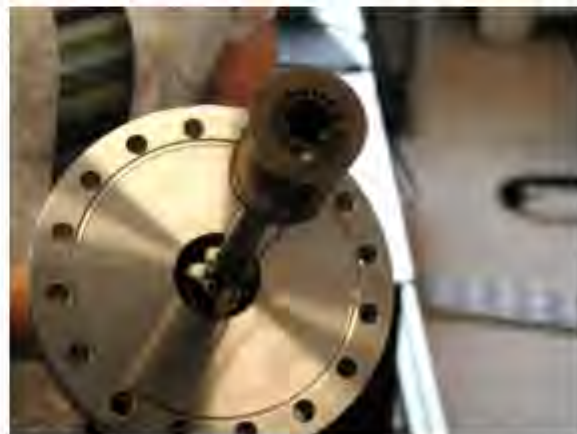


Fulleren – Ofen

Temperatur 900-1000K

Die Geschwindigkeit der Moleküle ist Maxwell-verteilt mit einem Maximum bei 220ms^{-1} , was einer de-Broglie-Wellenlänge von $2,5\text{pm}$ entspricht.

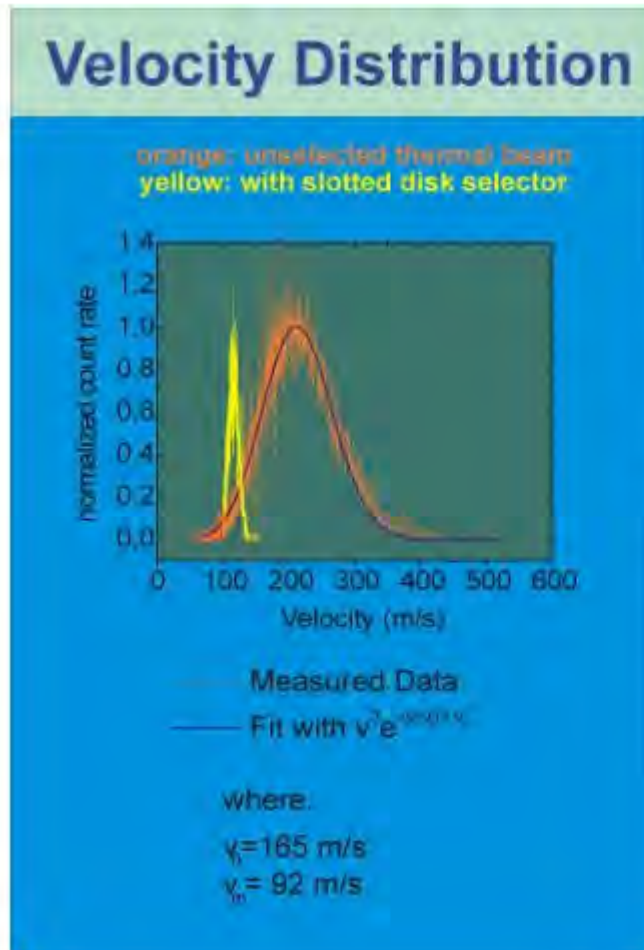
Wegen der breiten Geschwindigkeitsverteilung weist auch die de-Broglie-Wellenlänge eine Verteilung auf: $\Delta v:v = \Delta\lambda:\lambda = 0,6$





Geschwindigkeitsfilter

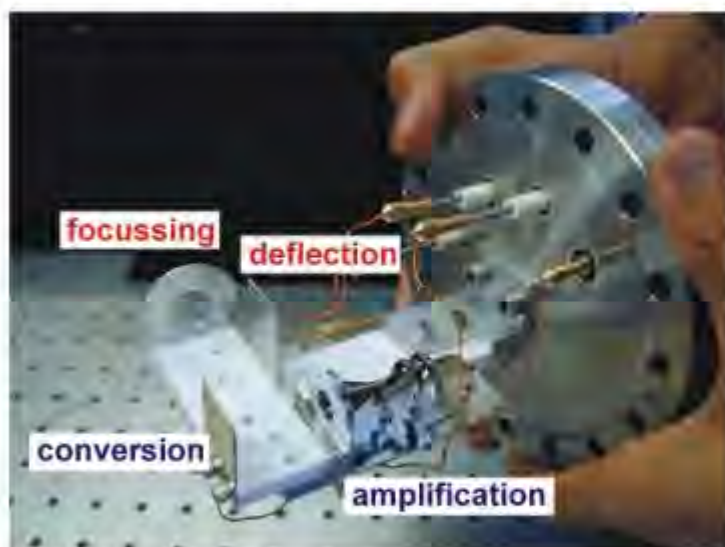
Um einen schmalen Bereich der Teilchengeschwindigkeit auszufiltern wurde 1998 dieser Selektor verwendet, der nach dem Prinzip rotierender Zahnräder funktioniert



Ergebnis der Geschwindigkeits-
Selektion ist eine deutlich
schmalere
Geschwindigkeitsverteilung

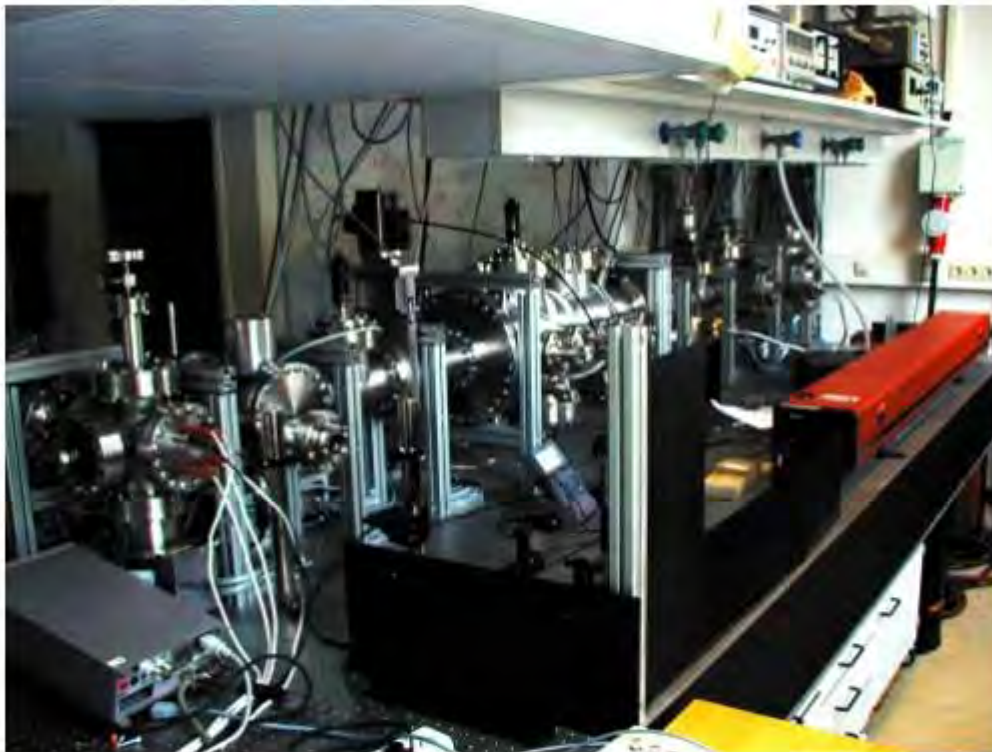
Der Molekülstrahl trifft auf
ein freistehendes SiN_x Gitter
mit 50nm breiten Spalten
mit einer Gitterkonstanten
von 100nm

Post-acceleration and detection of ions



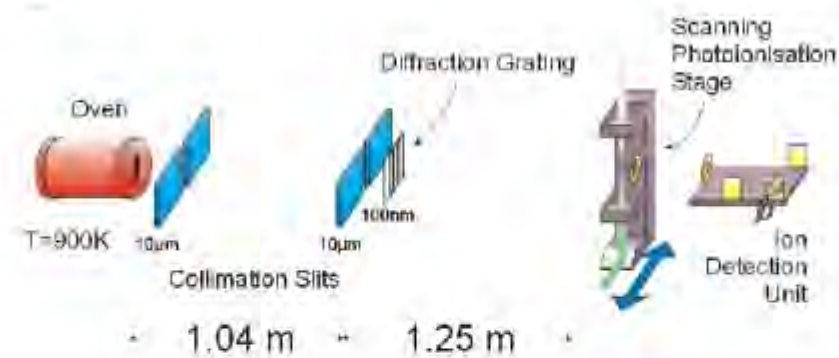
Detektion

Hinter dem Gitter werden die Fulleren-Moleküle von einem 25 Watt Argon Laser, der auf eine Taille von $4\mu\text{m}$ fokussiert ist, so stark erhitzt, (Schwingungsenergie), dass in der Folge ein Elektron abgetrennt wird (thermische Photoionisation). Das Fulleren-Ion wird dann im Detektor nachbeschleunigt und trifft auf die Elektrode eines Sekundärelektronen-Vervielfachers (Photomultiplier)



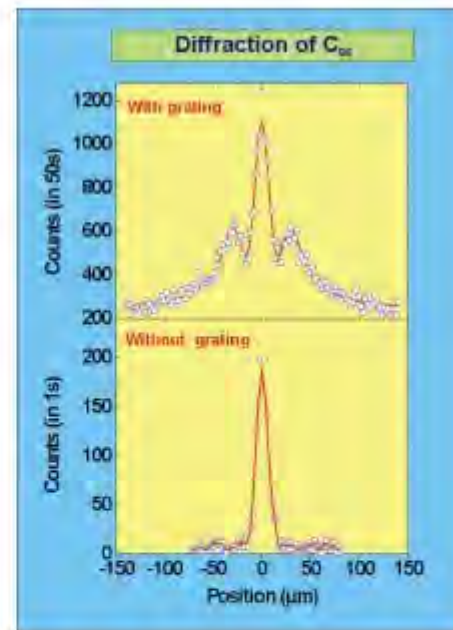
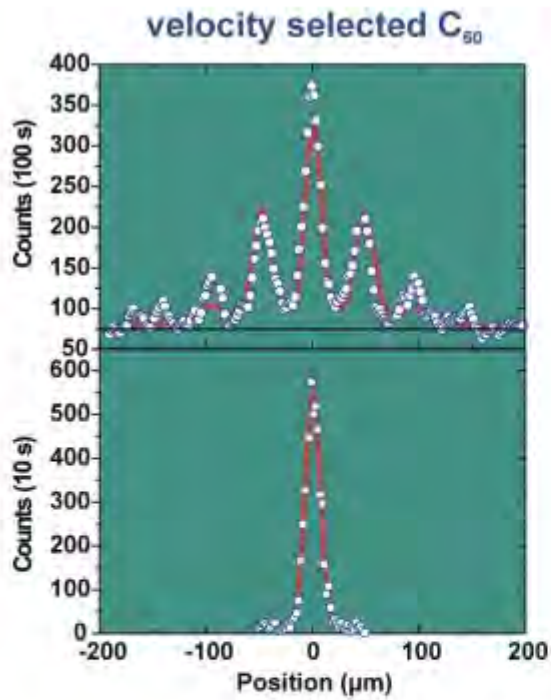
Versuchsaufbau

Fulleren-Ofen hinten, Detektor vorne, Argon-Laser rechts, Fullerenstrahl im Hochvakuum.



Versuchsaufbau schematisch

Der hochfokussierte Laserstrahl zur Thermo-Photoionisation der Fullerene wird über den gebeugten Molekülstrahl verfahren, wobei eine Ortsauflösung von $4\mu\text{m}$ erzielt wird.



Nairz, Arndt, Zeilinger: unpublished

Ergebnis

Die Interferenzstruktur rechts wurde in den Experimenten 1998-99 erzielt. Eine bessere Geschwindigkeitsselektion erhöht die Auflösung bedeutend und man sieht wesentlich mehr Maxima (Bild links, 2000-2001)

Louis de Broglie replies



Apollo Tempel, Delphi

C60 ist ein komplexes Molekül mit sehr vielen verschiedenen Anregungszuständen. Im Prinzip sind also die einzelnen C60 -Moleküle in verschiedenen Quantenzuständen und damit unterscheidbar, was die Interferenz stören könnte. Aber wegen der geringen Intensität des Molekülstrahls, haben die Moleküle einen mittleren Abstand von 20cm. Dies liegt um viele Zehnerpotenzen über der Reichweite jeder möglichen Wechselwirkung zwischen den Teilchen.

Jedes Molekül trägt also beim Durchgang durch das Gitter für sich alleine zum Interferenzmuster bei. Dass man überhaupt ein solches Muster sieht, liegt daran, dass in der de-Broglie-Beziehung ausschließlich die Masse und die Geschwindigkeit eingehen, und diese bei den wie hier präparierten Fulleren-Molekülen sehr nahe beieinander liegen.

Welcher-Weg-Information Vorhanden oder nicht vorhanden ?

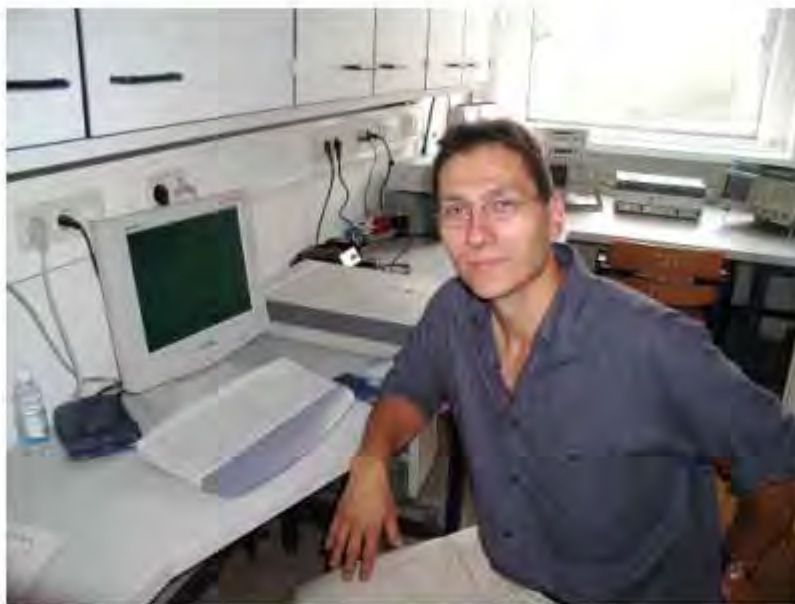
In der Tat senden die hoch-erhitzen Fulleren-Moleküle auf Ihrem „Flug“ vom Gitter zum Detektor 2-3 Photonen aus.

Eine quantitative Abschätzung ergibt eine Energie-Emission von etwa 0,1eV. Wird diese Energie in nur ein Photon investiert, hat dies eine Wellenlänge von $12\mu\text{m}$. Da diese Wellenlänge weit größer ist als der Abstand zweier Spalte im Gitter ($0,1\mu\text{m}$), lässt sich daraus prinzipiell nicht auf den Weg schließen.

Wie kann man den Versuch ändern, um doch eine Weg-Information zu bekommen ?

- Erhöhung der Auftrennung der interferierenden Strahlen auf über $10\mu\text{m}$
- Emission von kurzwelligigen Photonen- etwa durch Erhöhung der inneren Energie der Fullerene

Falls man diese Parameter steuern kann, beobachtet man dann die allmähliche Zerstörung der Interferenz (sog. Dekohärenz)



Dank an Dr. Markus Arndt
Institut für Experimentalphysik der
Universität Wien, Molekulare
Quantenoptik (MQO).

Links:

[Fullerene am Lichtgitter](#)

<http://www.ap.univie.ac.at/users/Markus.Arndt/>

<http://www.ap.univie.ac.at/users/Anton.Zeilinger/>

<http://www.quantum.univie.ac.at/>

http://www.ap.univie.ac.at/users/fe/MERLIN_MPI/quant.htm

[Moderne Physik mit Maple](#)

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Fullerene am Lichtgitter

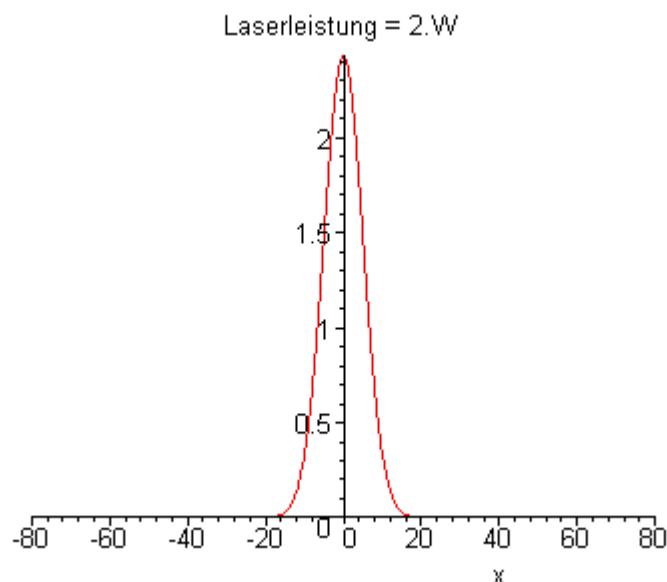
Oder: Höchste Experimentierkunst!

Es gibt auch Experimente zur Beugung von Fullerenen an stehenden Lichtwellen, die als Phasengitter verwendet werden: Das elektrische Feld der Lichtwelle induziert ein elektrisches Dipolmoment in den Fulleren-Molekülen, die sich dadurch an den Knoten und Bäuchen der stehenden Welle auf verschiedenem Potential befinden, was eine Phasenverschiebung der Materiewelle bewirkt. Etwas genauer: die Phase variiert mit $P \cdot \cos(xg)^2$, wobei P die Lichtleistung ist und xg die Gitterkoordinate. Besonders interessant an diesen Experimenten ist die Möglichkeit, das Hauptmaximum (die 0-te Ordnung) zu unterdrücken, indem man die Intensität der Lichtwelle passend wählt. Die nebenstehende Animation zeigt das Beugungsbild von C60 ($v=120\text{m/s}$) an einem grünen ($514/2\text{nm}$) Lichtgitter, wenn die Lichtleistung von 2 bis 40W verändert wird (Detektorposition x in μm , Abstand Gitter - Detektor 1,2m). Dabei wurden die Hochwerte mit $(1+P/2)$ multipliziert, um die Kurven in vergleichbarer Höhe zu halten.

In einer Maple-Animation sieht das relativ einfach aus. Aber in realen Experimenten muss man u.a. dafür sorgen, dass die Apparatur während der Messung um weniger als $1\mu\text{m}$ driftet (und auch mit dieser Genauigkeit justiert ist):

Höchste Experimentierkunst!

Anm.: In den realen Versuchen (s.u. Quelle) wurde in der stehenden Lichtwelle eine maximale Leistung von 9.5W verwendet.

Quelle:

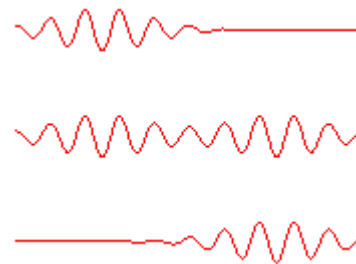
Olaf Nairz, Björn Brezger, Markus Arndt and Anton Zeilinger:
 "Diffraction of Complex Molecules by Structures Made of Light",
[Phys. Rev. Lett. 87, 160401 \(2001\).](#)

'Moderne Physik mit Maple'

Bose-Einstein-Kondensate

Wenn sich zwei Wellenpakete mit gleicher Wellenlänge und entgegengesetzter Geschwindigkeit treffen, sieht das so aus:

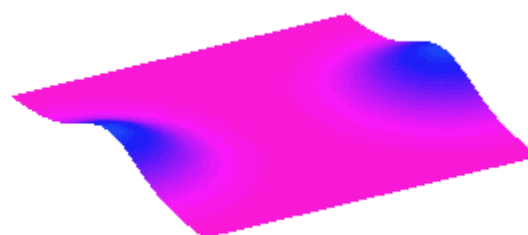
$$\psi = e^{-\left(\frac{(x+x_0-vt)^2}{\sigma^2}\right)} \cos\left(2\frac{\pi x}{\lambda} - \frac{2\pi vt}{\lambda}\right) + e^{-\left(\frac{(x-x_0+vt)^2}{\sigma^2}\right)} \cos\left(2\frac{\pi x}{\lambda} + \frac{2\pi vt}{\lambda}\right)$$



De Broglie stellte 1924 die Hypothese auf, dass Teilchen sich genau so verhalten und Einstein schrieb: "Es scheint, dass mit jedem Bewegungsvorgang ein undulatorisches Feld verknüpft sei, ebenso wie mit der Bewegung der Lichtquanten das optische undulatorische Feld verknüpft ist. Dies undulatorische Feld - dessen physikalische Natur einstweilen noch dunkel ist, muss sich im Prinzip nachweisen lassen durch die ihm entsprechenden Bewegungserscheinungen" (Sitzungsberichte der preuss. Akad. d. Wiss. 8. Jan. 1925).



Einstein wusste aber auch, dass "an die Beobachtung dieser Beugung an herstellbaren Öffnungen gar nicht zu denken ist" es sei denn... man macht die Teilchen so langsam, dass ihre Wellenlänge groß genug wird. Dies konnte erst siebzig Jahre später erreicht werden: Die [Nobelpreisträger von 2001](#) bremsten mit raffinierten Techniken Atome bis auf wenige Millimeter pro Sekunde ab (die Temperatur liegt dann unter 10^{-9} K) und erreichten damit eine für Atome riesige Wellenlänge von einigen 10^{-6} m. Aber der "Zauber der Materiewellen" ([Ketterle](#)) hat erst begonnen...



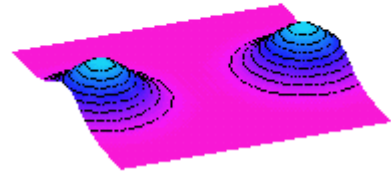
Einstein hatte nämlich noch mehr "vorhergesagt": Bei solch niedrigen Temperaturen würden Gase kondensieren - und zwar quantenmechanisch. Wenn es sich bei den Teilchen um Bosonen handelt, versammeln sich alle im gleichen Zustand und bilden ein Bose-Einstein-Kondensat (BEC). Dadurch werden diese Effekte überhaupt erst beobachtbar und die Quantenphysik wird makroskopisch. Inzwischen hantiert man mit den in Kühlfallen hergestellten Kondensaten wie mit "Superatomen" und untersucht ihr Verhalten auch außerhalb der Falle. Sich selbst überlassen zerfließen die Kondensate, wenn die einzelnen Atome sich abstoßen. Die nebenstehenden Maple-Animationen bilden die Ergebnisse der [Laser Cooling and Trapping Group](#) (Phys. Rev. Lett. Vol. 85, 2040, Sep. 2000) nach.



Wenn man das eines Tages auch noch in den Griff bekommt, ist es nicht mehr weit zum Atomlaser und Quantencomputer...

Siehe auch: Der schiefe Wurf - [quantenmechanisch](#).

[BEC-News](#)



[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

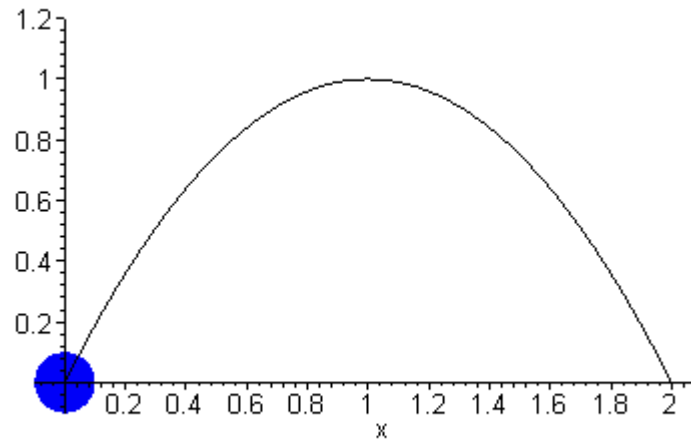
[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

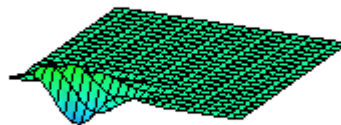
[Top](#)

Der schiefe Wurf - quantenmechanisch

Klassisch gesehen ist das Elektron (oder jedes andere Teilchen) ein Körper, der im homogenen Feld eine Wurfparabel beschreibt:



Quantenmechanisch gesehen ist das Elektron ein Wellenpaket:



Als Movie (Windows Media Player) [170KB](#)

Die Ebene der Wurfparabel ist hier nach hinten gekippt. Die Amplitude der Welle ist ein Maß für die Antreffwahrscheinlichkeit.

Wellenpakete von massiven Teilchen zerfließen. Angenommen das Elektron ist im Scheitelpunkt relativ gut lokalisiert. Dann zerfließt es auf seinem Weg nach unten. Aber es war auf seinem Weg nach oben auch schon zerflossen. Und: Das Wellenpaket interferiert bei der Auf- und Abbewegung mit sich selbst. Im Scheitelpunkt ist es für kurze Zeit ein stehendes Wellenpaket (was die Bewegung in vertikaler Richtung angeht).

Was ist das Elektron nun wirklich?

- [Details der Rechnung](#)
- [Lösungen der Schrödingergleichung für verschiedene Potentiale](#)

Aus '[Moderne Physik mit Maple](#)'

komma@oe.uni-tuebingen.de

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

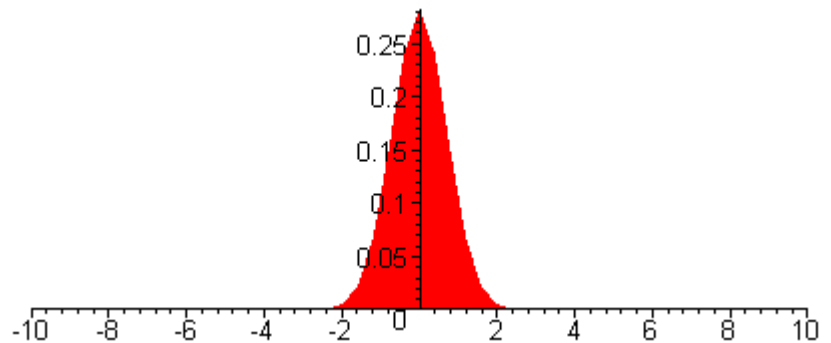
[Top](#)

Das relativistische Elektron

Genau genommen gibt es kein nichtrelativistisches Elektron. Und genau genommen ist das Elektron nie alleine, denn es hat immer seinen Partner - das Positron - dabei (mehr oder weniger) und befindet sich im Vakuum (mehr oder weniger). Neben seiner Masse und Ladung hat es noch eine wichtige Eigenschaft: den Spin. Natürlich sind alle drei Größen gequantelt: Eine Elektronenmasse (mit zwei Vorzeichen), eine Elementarladung (mit zwei Vorzeichen) und Spin $1/2$ (mit zwei Vorzeichen). Zu dumm nur, dass sich das Elektron (und sein Partner) nicht auf ein Vorzeichen einigen können, geschweige denn auf einen Ort, an dem sie zu einer bestimmten Zeit erscheinen wollen...

Nehmen wir an, das Elektron befindet sich zur Zeit $t = 0$ innerhalb einer Gaußverteilung (Wellenpaket) um den Ort $x = 0$. Was macht es dann (im nächsten Moment)? Es bewegt sich - von selbst, bzw. mit Hilfe des Vakuums - nach rechts, dann wieder etwas nach links, nach rechts,... und im Mittel etwas mehr nach rechts, jedenfalls in nebenstehender Abbildung. Das wusste schon Schrödinger (aus heutiger Sicht - zu Unrecht - nur zuständig für das nichtrelativistische Elektron) und nannte es die Zitterbewegung. Insbesondere Dirac und Feynman haben dann das relativistische Elektron näher untersucht (zumindest theoretisch :-)) und die Grundlagen für eine bis heute in ihrer Genauigkeit unübertroffene Theorie gelegt: Die Quantenelektrodynamik (QED). Zu dumm nur, dass sich auch in der QED das Elektron nicht wie ein Kügelchen benimmt, nicht einmal wie ein 'anständiges' nichtrelativistisches Wellenpaket, das einfach nur zerfließt. Vielmehr stellt man fest, dass je nach den Anfangsbedingungen (Energie und Spin positiv oder negativ, bzw. eine Mischung aller vier Möglichkeiten) unterschiedliche Entwicklungen ablaufen, von denen nebenstehend eine gezeigt ist.

Das Betragsquadrat der Wellenfunktion (hier des Spinors) steht für die Wahrscheinlichkeit, das Elektron zur Zeit t am Ort x (im Film zwischen -10 und 10, in geeigneten Einheiten) anzutreffen. Es wird aus der komplexen Amplitude (Realteil vertikal, Imaginärteil horizontal) berechnet. Dazu wurden die Gleichungen von R. P. Feynman verwendet (Propagator des relativistischen Elektrons 1949), die eine wichtige Grundlage der Elektron-Positron-Theorie bilden. Feynmans Beschreibung ist äquivalent zur Theorie Diracs (-> Dirac-Gleichung). Sie bietet aber einen wesentlichen Vorteil, was die Interpretation der Zitterbewegung angeht: Das Elektron bewegt sich ständig mit Lichtgeschwindigkeit vorwärts und rückwärts (wenn man die Zeitskala genügend klein macht). Die makroskopische Bewegung (z.B. 'nach vorne') ist in diesem Bild ein Ergebnis von 'mehr (zufälligen) Bewegungen nach vorne als zurück', eben eine Zitterbewegung. Die Amplitude für einen solchen Pfad ist $(l \cdot dt \cdot m)^R$ (l : Wurzel aus -1, dt : infinitesimales Zeitintervall, m : Masse des



Betragsquadrat der Wellenfunktion

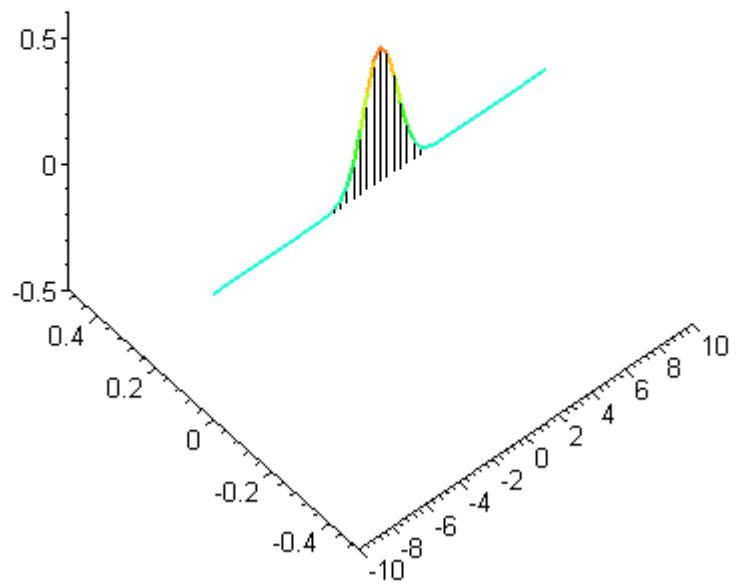
[Movie \(Quicktime\)](#)

Teilchens, R : Anzahl der Richtungswechsel). In einem Ort-Zeit-Diagramm bewegt sich das Elektron wie ein Läufer auf einem Schachbrett (-> Feynmans Checkerboard). Wenn man nun die Amplituden aller möglichen Pfade (des Läufers von A nach B) geeignet sortiert, kombiniert und aufsummiert, erhält man die Amplitude für 'Elektron von A nach B'.

Aber VORSICHT: Der Film zeigt die Mathematik der QED in einer sub-sub-atomaren Skala. Das Elektron ist keine komplexe Zahl - oder doch?

Man sollte dazu wohl Experimente machen. Am ehesten scheinen dazu Untersuchungen zur Chiralität (~ Spin) des Elektrons geeignet, die auch schon im Gange sind...

[Moderne Physik mit Maple](#)



Amplitude

[Movie \(Quicktime\)](#)

[HOME](#)

[Fächer](#)

[Physik](#)

[Elektrizität](#)

[Optik](#)

[Atomphysik](#)

[Quantenphysik](#)

[Top](#)

Lachnummern zum Quantensprung - täglich neu!

Mit dem Link Quantensprung springen Sie zurück...

Wikipedia (07.08.06)

=====

"...

Umgangssprache [[Bearbeiten](#)]

Sicherlich dachte man bei dem Einsatz des Wortes in der Umgangssprache anfänglich an den Schmetterlingseffekt (eine bekannte Metapher der Chaostheorie). Diese besagt, dass eine winzige Aktion, wie der Flügelschlag eines Schmetterlings (oder eben ein [Quantensprung](#)), über eine „Kettenreaktion“ (sv: „Dominoeffekt“) andernorts (oder zu einem wesentlich späteren Zeitpunkt) unvorhersehbare Ereignisse (wie z. B. einen Wirbelsturm) in Gang setzen kann.

Der umgangssprachliche Gebrauch des Wortes [Quantensprung](#) wäre demnach am besten dort eingesetzt, wo man auf ein Schlüsselereignis verweisen will, welches trotz seiner Unscheinbarkeit eine enorme Veränderung bewirkt hat. Also umschreibt man mit [Quantensprung](#) besser die Ursache (oder zumindest den Prozess) einer enormen Veränderung, nicht aber das Endergebnis selbst.

..."

=====

[Gmundner Keramik - Wikipedia](#)

Qualitativer [Quantensprung](#). Ein wesentlicher Faktor zur positiven Entwicklung war die Anpassung der Qualität an heutige Maßstäbe. So entsprechen alle heute ...

[Journalismus - Wikipedia](#)

Das Fernsehen sorgte Ende der 40er-Jahre für einen weiteren [Quantensprung](#), da nun die Informationen live mitsamt Bildern übertragen werden konnten und die ...

[Philosophie des 20. Jahrhunderts - Wikipedia](#)

... die auch im übertragenen Sinne einen [Quantensprung](#) im menschlichen Denken einleitete. Grundlegenden Einfluss auf das philosophische Denken im 20. ...

[Erdradius - Wikipedia](#)

Um 1965 bewirkte die Satellitengeodäsie einen [Quantensprung](#) auf 20 Meter und stößt nun bereits in den Zentimeter-Bereich vor. ...

[Global Information Grid - Wikipedia](#)

Es wäre ein [Quantensprung](#) für die schon jetzt „übermächtige Militärmacht“ USA, um ihre Dominanz langfristig zu sichern. [[Bearbeiten](#)] ...

[Pole Position \(Computerspiel\) - Wikipedia](#)

Der nächste grosse [Quantensprung](#) war Out Run (Sega, 1986). Pole Position II bietet zusätzlich leicht verbesserte Grafik (Hintergrundobjekte, Torbögen und ...

[Meyer Werft - Wikipedia](#)

Dieses Schiff ist ein weiterer [Quantensprung](#) für die Meyer Werft, da es sich um das erste Post Panamax- Schiff handelt und mit 117.000 BRZ auch um das ...

[Night Driver - Wikipedia](#)

Nachfolger. Es gab ähnliche Spiele, wie Midnight Racer und 280ZZZAP, sowie Vektor-Spiele. Der nächste [Quantensprung](#) kam 1982 mit Pole Position. [[Bearbeiten](#)] ...

[Ferrari F355 - Wikipedia](#)

... Erscheinen des Ferrari 360 Modena 1999 gebaut. Er stellte hinsichtlich Fahrverhalten und Fahrleistungen einen [Quantensprung](#) im Vergleich zum F348tb dar. ...

[Olaf Ittenbach - Wikipedia](#)

Mit seinem dritten Film Premutos hat er einen qualitativen [Quantensprung](#) vollführt, da hier angeblich etwa 20.000 DM in die Produktion gesteckt wurden. ...

[Citroën BX - Wikipedia](#)

Den **Quantensprung** lieferten die "3-Buchstaben-Modelle", wie zB BX14TRE, BX16TRS/TRI, BX19TRS/TRI und BX19TRD (ab9/88 wurden diese Modellkürzel zu 14TZE, ...

[Benutzer:Lienhard Schulz/WeG - Wikipedia](#)

Der von Philosophen schon vor Jahrhunderten postulierte historische **Quantensprung** besteht in der endgültigen Überwindung der Individualität durch ihr ...

[Renault R19 - Wikipedia](#)

Die Einführung des Fahrzeugs galt bei Renault auch als **Quantensprung** in Sachen Qualität. Das Cabriolet wurde von dem renommierten Cabriospezialisten Karmann ...

[Common-Rail-Einspritzung - Wikipedia](#)

Zwar ist hinsichtlich Abgas- und insbesondere Laufverhalten von Dieselmotoren mit dem Common-Rail-System ein **Quantensprung** gelungen, es ist aber eine ...

[Mauer bei Amstetten - Wikipedia](#)

Und tatsächlich stellte die offene Bauweise der Anstalt mit 19 Pavillons inmitten eines riesigen Parks einen **Quantensprung** in der Versorgung psychisch ...

[Paintball - Wikipedia](#)

Während Turniere schon kurz nach der Entstehung von Paintball abgehalten wurden (NSG National Championship 1983), gab es erst 1992-93 einen **Quantensprung** in ...

[US-amerikanische Filmgeschichte - Wikipedia](#)

... wie Deutschland oder Österreich erstmals wieder Hollywood-Produktionen zu sehen bekamen, erlebten sie einen wahren **Quantensprung** in der Qualität. ...

[Ludwig-Süd-Nord-Bahn - Wikipedia](#)

... Schruns über Lindau nach Konstanz wirft bisherige Gedankenspiele völlig über den Haufen, wäre jedoch ein **Quantensprung** für die Relation München-Zürich. ...

[Materialisation - Wikipedia](#)

"Negativer **Quantensprung**" bezeichnet das ebenso übergangslose Verschwinden eines Minimalteilchens ins 'Nichts'. [Bearbeiten] ...

Und so weiter...

Auszüge aus Google-Fundstellen (News)

05.08.06

[Hier haben die Jungen das Sagen](#)

Fränkischer Tag - vor 2 Stunden gefunden

... „Herr Kanold hat meine Ehrlichkeit geschätzt“, erklärt der junge Direktor seinen beruflichen **Quantensprung** vom Hotelfachmann, unter Auslassung aller ...

[Angriff auf van](#)

ZDF - vor 5 Stunden gefunden

... Schwimm-Verbandes (DSV) vor Beginn der Wettkämpfe gesagt. Mit einem **Quantensprung** dieser Art hatte er vermutlich nicht gerechnet.

[US-Konjunktur wird sich mit ungewissen Folgen abkühlen](#)

Yeald - vor 9 Stunden gefunden

... Ein **Quantensprung** ist dann der Transfer der makroökonomischen Erkenntnisse in Anlageentscheidungen, wie die Positionierung auf der Zinskurve oder die ...

[Dank Verfolgung und Überwachung werden südafrikanische ...](#)

FinanzNachrichten.de - vor 15 Stunden gefunden

... "Der Einsatz dieser Technologie durch COIN zeigt, dass das Unternehmen bereit ist, bei Kundendienstleistungen einen **Quantensprung** zu vollziehen und somit ein ...

[400. Kinosaal inert Jahresfrist digitalisiert](#)

News-Ticker.org (Pressemitteilung) - vor 15 Stunden gefunden

... Mit der Digitalisierung hat die Kinowerbung nicht nur einen eigentlichen [Quantensprung](#) bezüglich Flexibilität, sondern vor allem auch bezüglich ...

[„Kanzler“ begibt sich auf neues Terrain](#)

Echo-online - vor 21 Stunden gefunden

... Ziener lobt in diesem Zusammenhang die gemeinsam erbrachte Leistung in höchsten Tönen: „An diesem [Quantensprung](#) für den FC Ober-Abtsteinach hat der ...

[Schulterschluss zwischen REWE Dortmund und Kölner REWE Group](#)

fruchtportal.de (Pressemitteilung) - 3. Aug. 2006

... einheitliche Auftritt von mehr als 3.000 zukunftssträchtigen Supermärkten unter der neuen Vertriebsmarke "REWE" führt zu einem [Quantensprung](#) für unsere ...

[»Gleichstellung wäre richtiger Schritt, aber es herrschen die ...](#)

Hamburger Morgenpost - 3. Aug. 2006

... richtige Schritt. Kühnl: Vor zehn Jahren gab es einen [Quantensprung](#) in der Blut-Diagnostik. Die Sicherheit ist seitdem sehr hoch. Name ...

[Medlz - medlz - VÖ: 18.08.2006](#)

Presse Mitteilung (Pressemitteilung) - 3. Aug. 2006

... Doch der Sprung ins berühmte kalte Wasser entlockte den medlz einen echten kreativen [Quantensprung](#) und schärfte auf beeindruckende Weise ihre Originalität. ...

[Bodenseeregion aufwerten](#)

20minuten - 2. Aug. 2006

... Allein die Gartenbauausstellung 2017 werde dank der Renovierungsarbeiten der Uferanlagen einen [Quantensprung](#) für die Region auslösen, so Klöti.

[Schulterschluss zwischen REWE Dortmund und Kölner REWE Group ...](#)

news aktuell (Pressemitteilung) - 2. Aug. 2006

... einheitliche Auftritt von mehr als 3.000 zukunftssträchtigen Supermärkten unter der neuen Vertriebsmarke "REWE" führt zu einem [Quantensprung](#) für unsere ...

[ots.CorporateNews: Rewe / Schulterschluss zwischen REWE Dortmund ...](#)

Frankfurter Allgemeine Zeitung - 2. Aug. 2006

... einheitliche Auftritt von mehr als 3.000 zukunftssträchtigen Supermärkten unter der neuen Vertriebsmarke "REWE" führt zu einem [Quantensprung](#) für unsere ...

[Reifen auf Schumachers Seite](#)

derStandard.at - 2. Aug. 2006

... Testfahrer Alexander Wurz. Der Niederösterreicher freut sich allerdings über den [Quantensprung](#), den Bridgestone gemacht hat. Sein Team ...

[Orient trifft Okzident beim Nürnberger Grenzenlos-Fest](#)

german [n] - 1. Aug. 2006

... Brückenschlag vollziehen musikalisch unter anderem die international besetzte Band „Scirocco“ und die türkische Rockband „[Quantensprung](#)“, aber auch ...

[VORSCHAU / Konzert des Tübinger Saxofon-Ensembles im Rahmen von " ...](#)

Teckbote - 1. Aug. 2006

... Nach dessen Konzertdebüt mit dem Ensemble sprachen Kritiker von einem "[Quantensprung](#) in der musikalischen Ausdrucksstärke" und von "reizvollen Farbenspielen ...

[Deutsche Telekom revolutioniert das Internet](#)

IT-Times - 28. Juli 2006

... wird. Dabei handelt es sich nicht nur um eine Innovation, sondern um einen [Quantensprung](#) für die deutsche Medienlandschaft. Die ...

[Das Wort Krieg](#)

OÖNachrichten - 12. Juli 2006

... in die nächste Eskalationsstufe eingetreten. Die Ereignisse sind vielmehr ein negativer [Quantensprung](#). Im Libanon steht Israels ...

[Freie Träger im Bedarfsplan drin](#)

Stuttgarter Zeitung (Abonnement) - 30. Juni 2006

... Bärbel Kehl-Maurer (SPD) bezeichnete den Beschluss als einen "[Quantensprung](#)", Thaddäus Kunzmann (CDU) sprach von einem "Meilenstein". ..